PHYSIKSOLYMPIAD
LËTZEBUERG 2024

Demi-finale (FR)

20.02.2024

Consignes :

- Indiquer votre nom complet et Lycée sur chaque feuille.
- Indiquer clairement la sous-/question à laquelle vous répondez.
- Expliquer les étapes de votre raisonnement et indiquer vos calculs intermédiaires.
- Numéroter les pages.

Recueil d'équations

Cinématique (MRUV)

$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$

$v = at + v_0$

$v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0)$

Forces

$F = ma$

$F_f \leq \mu N$

Travail, Énergie et Puissance

$W = Fd\cos\theta$

$E_{cin} = \frac{1}{2}mv^2$

$E_{pes} = mgh$

$E_{el} = \frac{1}{2}kx^2$

$P = \frac{W}{t} = Fv$

Quantité de mouvement

$p = mv$

$F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$

Calorimétrie

$Q = mc\Delta\theta$

$Q = mL$

Gaz idéal

$p = \frac{F}{A}$

$pV = nRT = Nk_B T$

$E_K = \frac{3}{2}k_B T$

Oscillations et ondes

$T = \frac{1}{f}$

$c = f\lambda$

$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$

$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

Électricité

$I = \frac{Q}{t}$

$F = k \cdot \frac{|q_1 q_2|}{r^2}$

$U = \frac{W}{q}$

$E = \frac{F}{q}$

$U = RI$

$P = UI = RI^2 = \frac{U^2}{R}$

$R = R_1 + R_2 + \cdots + R_n$

$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots + \frac{1}{R_n}$

$\rho = \frac{RA}{L}$

Électro-magnétisme

$F = qvB\sin\theta$

$F = BIL\sin\theta$

Mouvement circulaire

$v = \omega r$

$a = \frac{v^2}{r}$

Gravitation

$F = G\frac{mM}{r^2}$

$g = \frac{F}{m}$

Physique quantique

$E = hf$

$\lambda = \frac{hc}{E}$

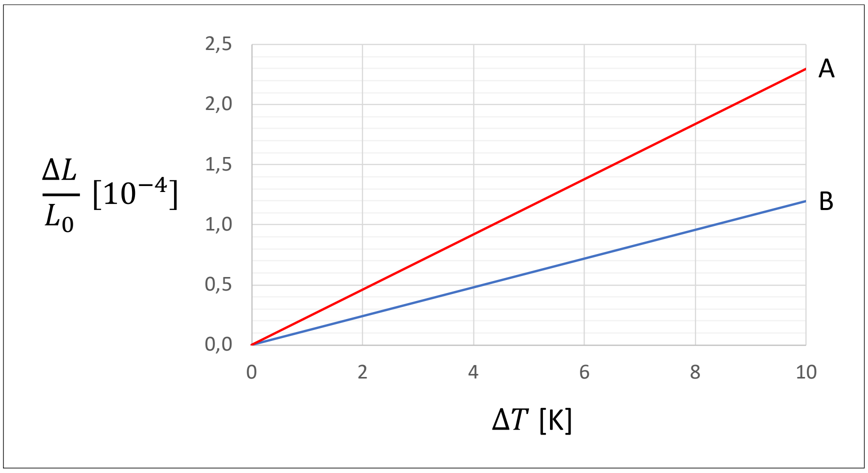
Optique

$n_1 \sin\alpha_1 = n_2 \sin\alpha_2$

$\frac{1}{q} + \frac{1}{p} = \frac{1}{f}$

Question 1 : Bilame (20 points)

1) Une lame métallique a une longueur L_0 à la température T_0. Quand la température de la lame augmente de ΔT, sa longueur augmente à la longueur $L = L_0 + \Delta L$. Le graphique ci-dessous représente la variation relative de la longueur en fonction de la variation de la température pour deux métaux différents A et B.

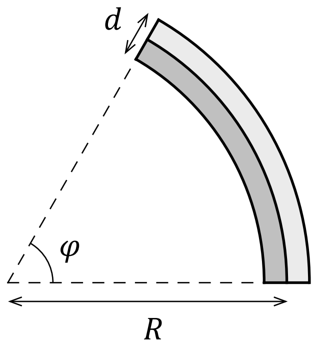


Déduire du graphique l'expression générale de la longueur L en fonction de L_0 et de ΔT et déterminer les valeurs numériques d'éventuels paramètres pour les deux métaux. (4)

2) Un bilame est constitué d'une lame de métal A et d'une deuxième lame de métal B, de même longueur L_0 et de même épaisseur $d/2$. Les deux lames sont collées ensemble dans le sens de la longueur de sorte que le bilame est droit à la température T_0. Il se déforme quand sa température varie, la variation de son épaisseur peut être négligée.

Établir une expression pour le rayon de courbure R du bilame, comme défini sur la figure ci-dessous, en fonction de l'augmentation de sa température ΔT et de son épaisseur d.

Astuce : considérer l'angle au centre φ.

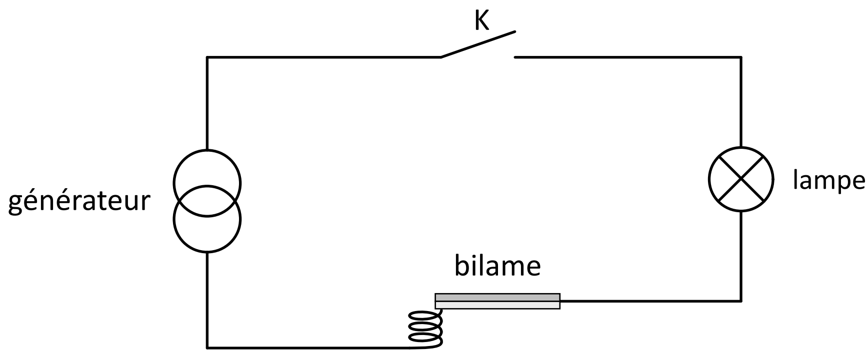


Montrer que pour des variations de température inférieures à 100 K, le rayon de courbure est donné approximativement par (en unités SI) :

$$R = 4{,}5 \cdot 10^4 \frac{d}{\Delta T}.$$

(7)

3) Le bilame est connecté en série avec une lampe et un interrupteur K à un générateur de courant.



La lampe a les caractéristiques ($6\ \mathrm{V}$; $12\ \mathrm{W}$). L'épaisseur du bilame est $d = 0{,}2\ \mathrm{mm}$, sa résistance vaut $0{,}8\ \Omega$ et sa capacité thermique est $1{,}6\ \mathrm{J/K}$. Le générateur délivre un courant constant de sorte que la tension aux bornes de la lampe soit $6\ \mathrm{V}$.

À l'instant de la fermeture de l'interrupteur K la température du bilame est T_0 de sorte qu'il est droit, le circuit est fermé. La déformation du bilame due à l'augmentation de sa température va ouvrir le circuit quand le rayon de courbure atteint $45\ \mathrm{cm}$.

Dans une première approche, le changement de la résistance du bilame avec la température et le transfert de chaleur vers l'air environnant sont négligés.

Après combien de temps Δt la lampe va-t-elle s'éteindre ? (5)

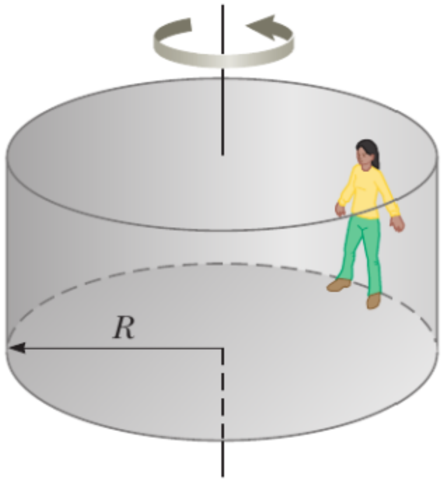
4) Dans les mêmes conditions, comment change la valeur de Δt calculée en considérant que

a) la résistance du bilame augmente avec la température ? (2)

b) le transfert de chaleur vers l'air environnant n'est pas négligeable ? (2)

Question 2 : Problème de mécanique (20 points)

Le Rotor est un jeu de parc d'attraction, montré pour la première fois à l'« Oktoberfest », en 1949. Cette année, il fut présent également à la «Schueberfouer » à Luxembourg-ville.



Il consiste en un cylindre de rayon R qui tourne autour de son axe avec une vitesse angulaire ω pour que toute personne de masse m à l'intérieur reste « collée » à la paroi lorsque le sol descend.

Le coefficient de frottement statique entre la personne et la paroi est noté μ. La valeur maximum pour le coefficient de frottement vaut 1. La vitesse angulaire varie entre 0 et 30 tours par minute, $R = 4\ \mathrm{m}$; $m = 60\ \mathrm{kg}$.

1) En vous plaçant dans un référentiel galiléen, faire une figure avec toutes les forces s'exerçant sur la personne lorsque le cylindre tourne à faible vitesse angulaire, et le sol étant toujours en contact avec les pieds. Pour chacune de ces forces, précisez le corps qui l'exerce. Sur la même figure, représenter le vecteur accélération de la personne. (4)

2) Mêmes questions que sous 1) si le cylindre tourne assez rapidement pour que le sol puisse descendre sans que la personne ne glisse vers le bas. (3)

3) Dans les conditions de 2) exprimer les intensités des forces en fonction de m, ω, R et μ. Calculer μ sachant que le Rotor tourne avec la vitesse maximale. (4)

4) Calculer, toujours pour la vitesse maximale,

   a) l'accélération de la personne ; exprimer la en fonction de l'accélération de la pesanteur g ; (2)

   b) la force résultante s'exerçant sur la personne ; exprimer la en fonction de son poids. (2)

5) A la fin de l'attraction, la vitesse angulaire diminue progressivement. Comment varie le coefficient de frottement μ si la personne reste toujours « collée » au mur ? Expliquer. Calculer la vitesse angulaire minimum (en tours par minute) pour laquelle la personne reste toujours « collée » au mur. (4)

6) Expliquer pourquoi, lorsque la vitesse angulaire diminue, certaines personnes glissent vers le bas alors que d'autres restent encore parfaitement « collées » à la paroi. (1)

Question 3 : Oscillations mécaniques (20 points)

Nous considérons une masse m qui est reliée à un ressort de raideur D de telle sorte qu'elle puisse subir des oscillations verticales. Lorsque la masse est à la coordonnée $y = 0$ le ressort est détendu et n'exerce aucune force. Lorsque la masse est déplacée vers le haut ou vers le bas, la force du ressort est de $F = -Dy$. Par conséquent, l'équation du mouvement $F = ma$ conduit à

$$m\ddot{y}(t) = -Dy(t)$$

Supposons que nous puissions négliger la force gravitationnelle. La solution de cette équation différentielle est $y(t) = A\cos(\omega t) + B\sin(\omega t)$.

1) Nous supposons que la masse est libérée à l'instant $t = 0$ à une hauteur $h > 0$ avec une vitesse initiale $v(0) = 0$. Utiliser ces conditions initiales et l'équation du mouvement pour déterminer ω, A et B. (4)

2) Calculer le temps t_0 lorsque la particule atteint le point $y = 0$ et le temps t_1 où elle atteint son point le plus bas. (6)

À partir de maintenant, nous supposons que la région située à $y < 0$ est remplie d'eau. Lorsque la masse pénètre dans l'eau, elle subit une force de frottement $F_f = -\gamma v$ qui est orientée dans le sens contraire de la vitesse de la masse. La force de frottement fait perdre de l'énergie à la masse.

3) Calculer l'énergie perdue W entre le moment où la masse entre dans l'eau et le moment où elle change de direction. Vous pouvez supposer que le frottement est très faible, de sorte que la vitesse $v(t)$ en F_f est la vitesse de la masse sans frottement. (4)

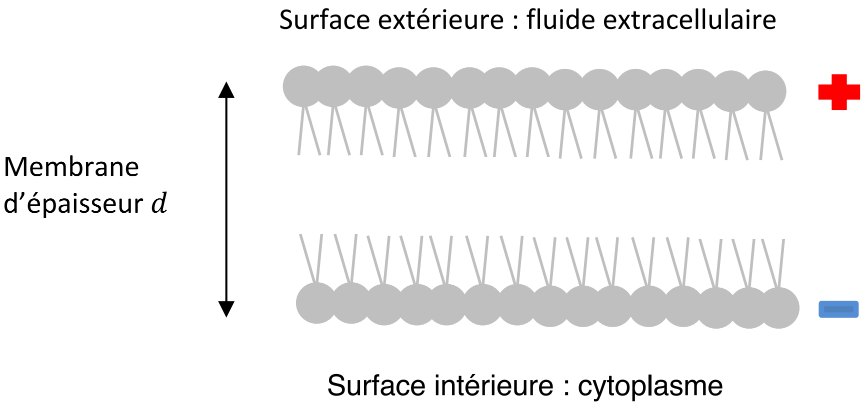
   Conseil : Utiliser $W = -\int_{t_0}^{t_1} F_f(t)\, v(t)\, dt$ pour calculer l'énergie perdue. Vous pouvez utiliser l'intégrale

$$\int dx \sin^2(x) = \frac{x}{2} - \frac{1}{4}\sin(2x)$$

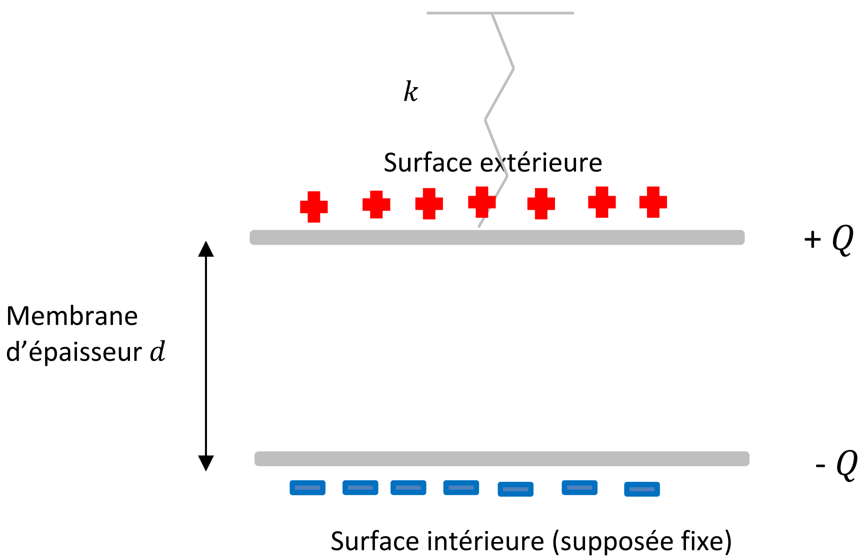
4) Le résultat de la question précédente est $W = \pi h^2 \gamma\omega/4$. Utiliser-le pour calculer la nouvelle hauteur maximale que la masse atteindra après avoir quitté l'eau, en supposant à nouveau que la force de frottement et l'énergie perdue sont faibles. (6)

Question 4 : Modélisation de la membrane d'un neurone (20 points)

La paroi d'un neurone est constituée d'une membrane élastique qui résiste à la compression comme un ressort. Elle a une constante de ressort effective k et une épaisseur d'équilibre d_0. Supposons que la membrane a une surface infiniment grande A.



La paroi peut être assimilée à un condensateur élastique avec une constante de ressort k une surface A et une distance de séparation d entre les plaques.



Le neurone possède des "pompes à ions" qui peuvent déplacer les ions K^+ et Na^+ à travers la membrane. Dans l'état chargé qui en résulte, les charges positives et négatives sont disposées uniformément le long des surfaces externes et internes de la membrane, respectivement. La permittivité de la membrane est ε.

Lire attentivement les informations suivantes avant de commencer :

- Le champ électrique d'une grande couche de charge plate (une plaque) est donné par $E = \frac{\sigma}{2\varepsilon}$ où σ est la densité de charge $\sigma = \frac{Q}{A}$ unité : Cm^{-2} .
- Dérivées :

  règle de puissance $f(x) = a\,x^n$ dérivée $\frac{d}{dx} f(x) = n\,a\,x^{n-1}$

La dérivée d'une somme est égale à la somme des dérivées.

1) Modèle de condensateur :

Dessiner un diagramme des deux plaques horizontales parallèles chargées.
Ajouter le vecteur champ électrique du champ créé par chaque plaque au-dessus, entre et au-dessous des plaques.

Déduire de votre diagramme que l'intensité du champ électrique

- entre les plaques est donnée par $E = \frac{Q}{\varepsilon A}$ et
- de part et d'autre $E = 0$.

Expliquer. (5)

2) Modèle de neurone :

Supposons qu'après un certain travail effectué par les pompes à ions, les charges sur les surfaces extérieures et intérieures soient + Q et – Q comme le montre le diagramme.

a) Que se passerait-il pour les deux couches/surfaces si elles étaient libres de se déplacer, sans ressort ni élasticité ? Expliquer. (2)

b) i. Quelle est la force électrique exercée par la surface chargée intérieure sur la charge extérieure Q ? (2)

En présence du ressort, la force du ressort équilibre la force électrique entre les deux côtés de la membrane.

ii. Montrer que l'épaisseur d de la membrane est donnée par $d = d_0 - \frac{Q^2}{2\varepsilon A k}$. (4)

3) Dériver une expression pour la tension V entre les surfaces externe et interne de la membrane en fonction de Q et des autres paramètres ε, A, d en utilisant vos réponses de 1) et 2).

Expliquer qualitativement comment la tension V varie en fonction de Q et en déduire qu'il doit y avoir une charge et une tension maximales au-delà desquelles la membrane s'effondre. (7)

4) *Bonus* : Dériver l'expression de la tension par rapport à Q et déterminer la charge maximale Q autorisée avant que la membrane ne s'effondre. Calculer la tension maximale correspondante. (4)