



PHYSIKSOLYMPIAD LÉTZEBUERG 2024

Halbfinale (DE)

20.02.2024

Anweisungen:

- Schreiben Sie Ihren vollständigen Namen und den Ihrer Schule auf jede Seite.
- Geben Sie deutlich an auf welche Frage Sie antworten.
- Erklären Sie Ihre Vorgehensweise und Zwischenrechnungen.
- Die Seiten sind zu nummerieren.

Formelsammlung

Kinematik (GGBB)

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$$

$$v = at + v_0$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0)$$

Kräfte

$$F = ma$$

$$F_f \leq \mu N$$

Arbeit, Energie, Leistung

$$W = Fd \cos \theta$$

$$E_{cin} = \frac{1}{2}mv^2$$

$$E_{pes} = mgh$$

$$E_{el} = \frac{1}{2}kx^2$$

$$P = \frac{W}{t} = Fv$$

Impuls

$$p = mv$$

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$$

Kalorimetrie

$$Q = mc\Delta\theta$$

$$Q = mL$$

Ideales Gas

$$p = \frac{F}{A}$$

$$pV = nRT = Nk_B T$$

$$E_K = \frac{3}{2}k_B T$$

Schwingungen und Wellen

$$T = \frac{1}{f}$$

$$c = f\lambda$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

Elektrizität

$$I = \frac{Q}{t}$$

$$F = k \cdot \frac{|q_1 q_2|}{r^2}$$

$$U = \frac{W}{q}$$

$$E = \frac{F}{q}$$

$$U = RI$$

$$P = UI = RI^2 = \frac{U^2}{R}$$

$$R = R_1 + R_2 + \dots + R_n$$

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}$$

$$\rho = \frac{RA}{L}$$

Elektromagnetismus

$$F = qvB \sin \theta$$

$$F = BIL \sin \theta$$

Kreisbewegung

$$v = \omega r$$

$$a = \frac{v^2}{r}$$

Gravitation

$$F = G \frac{mM}{r^2}$$

$$g = \frac{F}{m}$$

Quantenphysik

$$E = hf$$

$$\lambda = \frac{hc}{E}$$

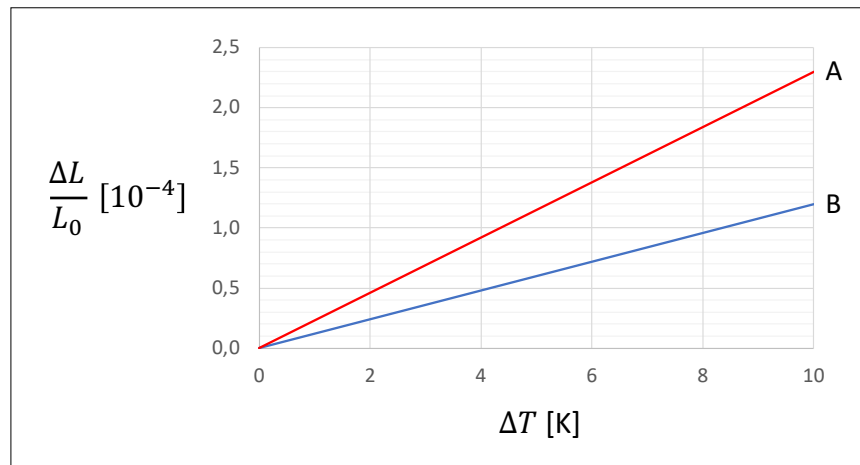
Optik

$$n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \sin \alpha_2$$

$$\frac{1}{q} + \frac{1}{p} = \frac{1}{f}$$

Frage 1: Bimetall (20 Punkte)

- 1) Ein Metallstreifen hat eine Länge L_0 bei der Temperatur T_0 . Wenn die Temperatur des Streifens um ΔT steigt wächst ihre Länge auf $L = L_0 + \Delta L$. Die folgende Grafik zeigt die relative Längenänderung bei Temperaturänderung für zwei verschiedene Metalle A und B.

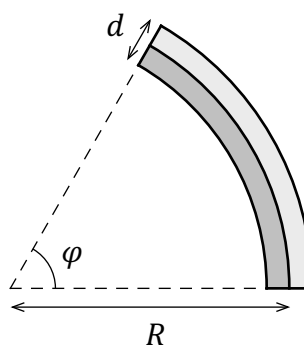


Entnehmen Sie der Grafik den allgemeinen Ausdruck für die Länge L in Abhängigkeit von L_0 und von ΔT und bestimmen Sie die Zahlenwerte möglicher Parameter für die beiden Metalle. (4)

- 2) Ein Bimetall besteht aus einem Streifen aus Metall A und einem zweiten Streifen aus Metall B mit der gleichen Länge L_0 und der gleichen Dicke $d/2$. Die beiden Streifen werden in Längsrichtung zusammengeklebt, so dass das Bimetall bei der Temperatur T_0 gerade ist. Es verformt sich, wenn sich seine Temperatur ändert, die Änderung seiner Dicke kann vernachlässigt werden.

Erstellen Sie einen Ausdruck für den Krümmungsradius R des Bimetalls, wie in der folgenden Abbildung definiert, als Funktion seiner Temperaturerhöhung ΔT und seiner Dicke d .

Tip: Betrachten Sie den Winkel in der Mitte φ .

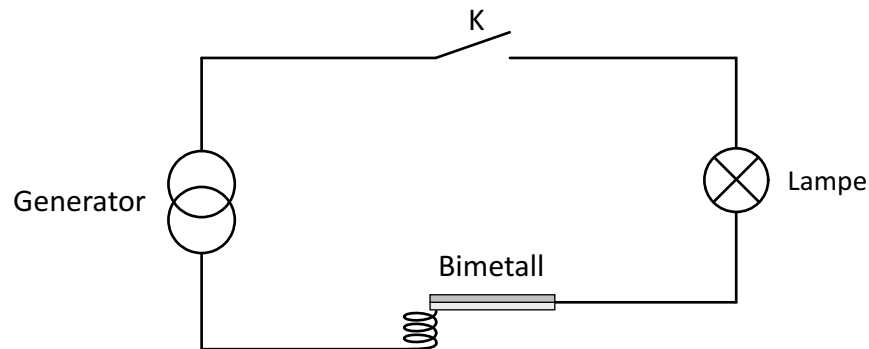


Zeigen Sie, dass bei Temperaturerhöhungen von weniger als 100 K der Krümmungsradius näherungsweise gegeben ist durch (in SI-Einheiten):

$$R = 4,5 \cdot 10^4 \frac{d}{\Delta T}.$$

(7)

- 3) Das Bimetall ist zusammen mit einer Lampe und einem Schalter K in Reihe mit einem Stromgenerator verbunden.



Die Lampe hat die Eigenschaften (6 V ; 12 W). Die Dicke des Bimetalls beträgt $d = 0,2 \text{ mm}$, sein Widerstand beträgt $0,8 \Omega$ und seine Wärmekapazität ist $1,6 \text{ J/K}$. Der Generator liefert einen konstanten Strom, so dass die Spannung an der Lampe 6 V ist.

Zum Zeitpunkt des Schließens des Schalters K ist die Temperatur des Bimetalls T_0 , so dass es gerade ist und der Stromkreis geschlossen ist. Durch die Verformung des Bimetalls aufgrund der steigenden Temperatur wird der Stromkreis geöffnet, wenn der Krümmungsradius 45 cm erreicht.

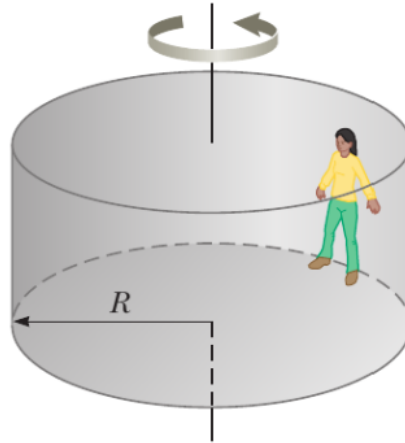
In einem ersten Ansatz werden die Änderung des Widerstands des Bimetalls mit der Temperatur und die Wärmeübertragung an die umgebende Luft vernachlässigt.

Nach welcher Zeit Δt wird die Lampe ausgehen? (5)

- 4) Wie verändert sich unter denselben Bedingungen der berechnete Wert von Δt , wenn berücksichtigt wird, dass
- der Widerstand des Bimetalls mit der Temperatur steigt? (2)
 - die Wärmeübertragung an die umgebende Luft nicht vernachlässigbar ist? (2)

Frage 2: Mechanisches Problem (20 Punkte)

Der Rotor ist eine Attraktion auf Freizeitparks, die zum ersten Mal auf dem Oktoberfest 1949 gezeigt wurde. Dieses Jahr war es auch auf der "Schueberfouer" in Luxemburg-Stadt vertreten.



Er besteht aus einem Zylinder mit dem Radius R , der sich um seine Achse mit einer Winkelgeschwindigkeit ω dreht, so dass jede Person der Masse m im Inneren an der Wand "kleben" bleibt, wenn sich der Boden senkt.

Der statische Reibungskoeffizient zwischen der Person und der Wand wird als μ bezeichnet. Der Maximalwert für den Reibungskoeffizienten ist 1. Die Winkelgeschwindigkeit variiert zwischen 0 und 30 Umdrehungen pro Minute, $R = 4 \text{ m}$; $m = 60 \text{ kg}$.

- 1) Erstellen Sie eine Abbildung mit allen Kräften, die, im Inertialsystem eines außenstehenden Beobachters, auf die Person wirken, wenn der Zylinder mit geringer Winkelgeschwindigkeit dreht und der Boden immer noch die Füße berührt. Geben Sie für jede dieser Kräfte den Körper an, der sie ausübt. Stellen Sie in derselben Abbildung den Beschleunigungsvektor der Person dar. (4)
- 2) Beantworten Sie die gleichen Fragen wie unter 1) wenn sich der Zylinder so schnell dreht, dass der Boden absinken konnte, ohne dass die Person nach unten rutschte. (3)
- 3) Unter den Bedingungen von 2) drücken Sie die Intensitäten der Kräfte in Abhängigkeit von m , ω , R und μ aus. Berechnen Sie μ unter der Voraussetzung, dass sich der Rotor mit der maximalen Geschwindigkeit dreht. (4)
- 4) Berechnen Sie, ebenfalls für die Höchstgeschwindigkeit,
 - a) die Beschleunigung der Person; drücken Sie diese als Funktion der Erdbeschleunigung g aus; (2)
 - b) die auf die Person wirkende resultierende Kraft; drücken Sie diese als Funktion ihres Gewichts aus. (2)
- 5) Am Ende der Attraktion nimmt die Winkelgeschwindigkeit allmählich ab. Wie verändert sich der Reibungskoeffizient μ , wenn die Person immer an der Wand "kleben" bleibt? Erklären Sie dies. Berechnen Sie die minimale Winkelgeschwindigkeit (in Umdrehungen pro Minute), bei der die Person immer an der Wand "kleben" bleibt. (4)
- 6) Erklären Sie, warum bei abnehmender Winkelgeschwindigkeit einige Personen nach unten rutschen, während andere noch perfekt an der Wand "kleben" bleiben. (1)

Frage 3: Mechanische Schwingungen (20 Punkte)

Wir betrachten eine Masse m , die mit einer Feder mit Federkonstante D verbunden ist, so dass sie vertikale Schwingungen ausführen kann. Wenn sich die Masse an der Koordinate $y = 0$ befindet, ist die Feder entspannt und übt keine Kraft aus. Wenn die Masse nach oben oder unten verschoben wird, ist die Rückstellkraft der Feder $F = -Dy$. Die Bewegungsgleichung $F = ma$ führt dann zu

$$m\ddot{y}(t) = -Dy(t)$$

Wir nehmen an, dass wir die Gravitationskraft vernachlässigen können. Die Lösung dieser Differentialgleichung lautet $y(t) = A \cos(\omega t) + B \sin(\omega t)$.

- 1) Wir nehmen an, dass die Masse zum Zeitpunkt $t = 0$ in einer Höhe $h > 0$ mit einer vertikalen Geschwindigkeit $v(0) = 0$ startet. Verwenden Sie diese Anfangsbedingungen und die Bewegungsgleichung um ω , A und B zu bestimmen. (4)
- 2) Berechnen Sie den Zeitpunkt t_0 , an dem die Masse den Punkt $y = 0$ erreicht, und den Zeitpunkt t_1 , an dem sie den tiefsten Punkt erreicht. (6)

Von nun an nehmen wir an, dass die Region $y < 0$ mit Wasser gefüllt ist. Sobald die Masse in das Wasser eintritt, erfährt sie eine Reibungskraft $F_f = -\gamma v$, die der Geschwindigkeit der Masse entgegengesetzt ist. Die Reibungskraft bewirkt, dass die Masse Energie verliert.

- 3) Berechnen Sie den Verlust an Energie W von dem Zeitpunkt, an dem die Masse ins Wasser eintritt, bis zu dem Zeitpunkt, an dem sie die Richtung ändert. Sie können davon ausgehen, dass die Reibung sehr gering ist, so dass die Geschwindigkeit $v(t)$ in F_f die Geschwindigkeit der Masse ohne Reibung ist. (4)

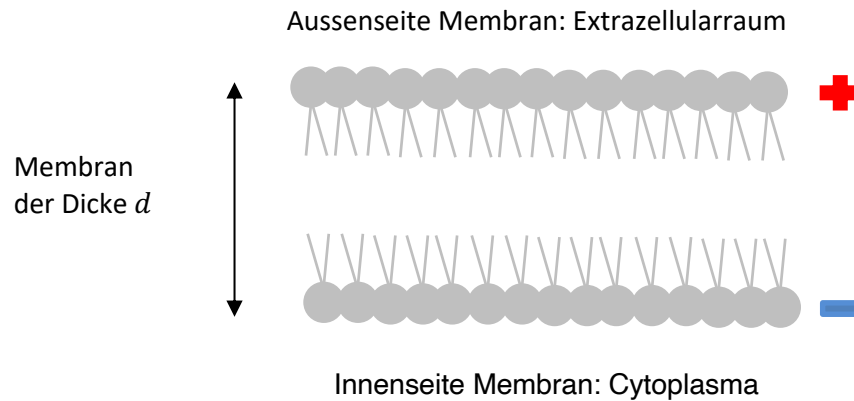
Tipp: Verwenden Sie $W = -\int_{t_0}^{t_1} F_f(t) v(t) dt$ um die verlorene Energie zu berechnen. Sie können das Integral verwenden

$$\int dx \sin^2(x) = \frac{x}{2} - \frac{1}{4} \sin(2x)$$

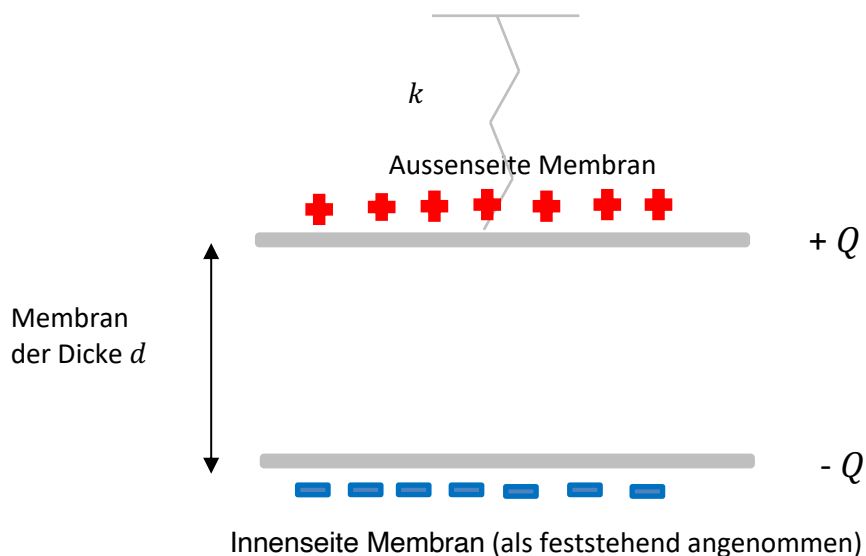
- 4) Das Ergebnis der vorherigen Aufgabe lautet $W = \pi h^2 \gamma \omega / 4$. Berechnen Sie damit die neue maximale Höhe, die die Masse nach dem Verlassen des Wassers erreichen wird, wobei Sie wiederum davon ausgehen können, dass die Reibungskraft und die verlorene Energie klein sind. (6)

Frage 4: Modellierung einer Neuronenmembran (20 Punkte)

Die Wand eines Neurons besteht aus einer elastischen Membran, die einer Kompression wie eine Feder widersteht. Sie hat eine effektive Federkonstante k und eine Gleichgewichtsdicke d_0 . Nehmen wir an, dass die Membran eine unendlich große Fläche A hat.



Sie kann mit einem elastischen Kondensator mit einer Federkonstante k gleichgesetzt werden, einer Fläche A und einem Trennungsabstand d zwischen den Platten.



Das Neuron verfügt über "Ionenpumpen", die K^+ und Na^+ Ionen durch die Membran bewegen können. In dem daraus resultierenden geladenen Zustand ist die positive und negative Ionenladung gleichmäßig entlang der äußeren bzw. inneren Oberfläche der Membran angeordnet. Die Dielektrizitätskonstante der Membran ist ϵ .

Lesen Sie die folgenden Informationen sorgfältig durch, bevor Sie beginnen:

- Das elektrische Feld einer flachen, großen Ladungsschicht (eine Platte) ist gegeben durch $E = \frac{\sigma}{2\epsilon}$ wobei σ die Ladungsdichte ist $\sigma = \frac{Q}{A}$ Einheit: Cm^{-2} .
- Ableitungen:

$$\text{Potenzregel } f(x) = a x^n \quad \text{Ableitung } \frac{d}{dx} f(x) = n a x^{n-1}$$

Die Ableitung einer Summe ist gleich der Summe der Ableitungen.

1) Modell eines Kondensators:

Zeichnen Sie ein Diagramm der beiden parallelen horizontalen geladenen Platten. Addieren Sie den elektrischen Feldvektor des Feldes, das von jeder Platte über, zwischen und unter den Platten erzeugt wird.

Leiten Sie aus Ihrem Diagramm ab, dass die elektrische Feldstärke

- zwischen den Platten gegeben ist durch $E = \frac{Q}{\epsilon A}$ und
- auf beiden Seiten $E = 0$.

Erläutern Sie. (5)

2) Modell des Neurons:

Angenommen, die Ionenpumpen haben eine gewisse Arbeit verrichtet und die Ladungen auf der äußeren und inneren Oberfläche sind $+Q$ und $-Q$ wie im Diagramm dargestellt.

- a) Was würde mit den beiden Schichten/Oberflächen passieren, wenn sie sich frei bewegen könnten und keine Feder/keine Elastizität vorhanden wäre? Erklären sie. (2)
- b) i. Wie groß ist die elektrische Kraft, die von der inneren geladenen Fläche auf die äußere Ladung ausgeübt wird Q ? (2)

Wenn die Feder vorhanden ist, gleicht die Federkraft die elektrische Kraft zwischen den beiden Seiten der Membran aus.

- ii. Zeigen Sie, dass die Dicke d der Membran gegeben ist durch $d = d_0 - \frac{Q^2}{2\epsilon A k}$. (4)

3) Leiten Sie einen Ausdruck für die Spannung V zwischen der äußeren und der inneren Oberfläche der Membran in Abhängigkeit von Q und den anderen Parametern ϵ , A , d unter Verwendung Ihrer Antworten aus 1) und 2).

Erläutern Sie qualitativ, wie sich die Spannung V mit Q verändert und leiten Sie daraus ab, dass es eine maximale Ladung und Spannung gibt, bei deren Überschreitung die Membran zusammenbricht. (7)

4) *Bonus*: Leiten Sie den Ausdruck für die Spannung V in Bezug auf Q ab und bestimmen Sie die maximale Ladung Q die zulässig ist, bevor die Membran kollabiert. Berechnen Sie die entsprechende maximale Spannung. (4)