PHYSIKSOLYMPIAD
LËTZEBUERG 2017

Partie pratique : Moment d'inertie

1. Introduction

Une masse attachée à un ressort peut effectuer une oscillation verticale dont la période T est reliée à la masse m et à la constante de raideur du ressort k.

$$T = 2 \cdot \pi \sqrt{\frac{m}{k}} \qquad (1)$$

Ceci est une conséquence de l'équation du mouvement et de la loi de Hooke :

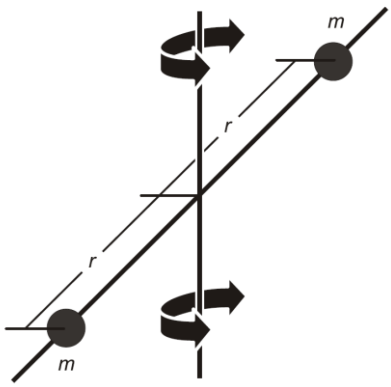
$$F = m \cdot \frac{d^2y}{dt^2} \text{ et } F = -k \cdot (y - y_0) \qquad (2)$$

De même, un système composé d'un ressort de torsion et d'une tige mince sur laquelle deux masses sont attachées, peut effectuer une oscillation angulaire autour de sa position d'équilibre. Les équations du mouvement de rotation sont alors :

$$M = J \cdot \frac{d^2\theta}{dt^2} \text{ et } M = -D \cdot (\theta - \theta_0) \qquad (3)$$

Où M est le moment de force, J est le moment d'inertie de la tige avec les masses et D est la constante de raideur de torsion du ressort, exprimée en Nmrad^{-1}. La période d'oscillation du pendule de torsion est donnée par :

$$T = 2 \cdot \pi \sqrt{\frac{J}{D}} \qquad (4)$$



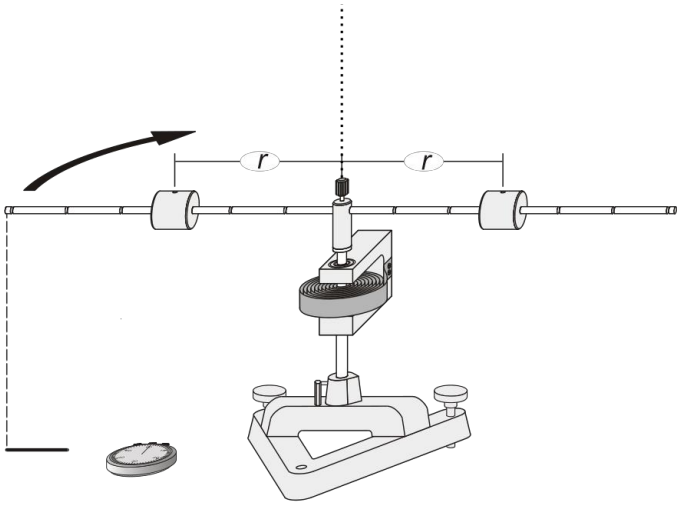
Par analogie à la masse, le moment d'inertie J quantifie la résistance d'un corps à changer son mouvement de rotation autour d'un axe sous l'effet d'un moment de force. Dans le système mis à votre disposition il dépend des masses attachées à la tige mobile autour d'un axe de rotation et de la distance entre le centre des masses et l'axe de rotation. L'objectif de cette expérience consiste dans la détermination de la relation entre J et r par l'intermédiaire de la mesure de la période d'oscillation du pendule de torsion.

2. Détermination de la constante de raideur du ressort

Le montage consiste en la tige montée sur le ressort hélicoïdal fixé sur un trépied. On enlève les masses de la tige pour cette partie.

- Déviez la tige d'un angle θ dans le sens des aiguilles d'une montre. Mesurez l'angle θ avec une équerre.
- Utilisez un dynamomètre pour appliquer le différent moment de force M sur la tige.
- Augmentez l'angle θ par pas de 90° et répétez les mesures.
- Déterminez la constante de raideur D.
- Estimez l'erreur expérimentale sur vos mesures et citez des sources d'erreurs.

3. Relation entre J et r



Réalisation de l'expérience

- Fixez les masses de façon symétrique sur la tige à une distance de 30 cm de l'axe de rotation.
- Marquez la position d'équilibre à l'aide de la flèche sur la règle sur la table.
- Écartez la tige transversale de sa position d'équilibre en la faisant tourner de 180° dans le sens des aiguilles d'une montre puis lâchez la tige.
- Lancez la mesure du temps t dès que la tige transversale passe par la position d'équilibre et arrêtez-la après cinq oscillations.
- Recommencez trois fois la mesure en écartant la tige toujours dans le même sens.
- Estimez l'erreur (de mesure) Δt faite sur la mesure de t.
- Calculez la période d'oscillation T à partir de la moyenne des trois mesures.
- Réduisez successivement et de façon symétrique la distance qui sépare les masses de l'axe à 25 cm, 20 cm, 15 cm, 10 cm et 5 cm et recommencez à chaque fois la mesure.
- Enlevez les masses et recommencez la mesure. (Ceci correspond à $r = 0\ cm$)
- Calculez l'erreur pour $\Delta(T^2)$.

Analyse des données

- Tracez un graphique de T^2 en fonction de r^2 sur du papier millimétré avec barres d'erreur pour T^2.
- Tracez la droite de régression et déterminez l'équation de la droite.
- Estimez l'erreur sur la pente de la droite en traçant les droites de régression extrêmes.

Conclusion

Utilisez l'équation (4) pour la période d'oscillation T et l'équation de régression trouvée pour déterminer le moment d'inertie total J en fonction de r^2.

En utilisant les connaissances que vous avez acquises au cours de cette expérience, expliquez pourquoi une danseuse rapproche ses bras de son corps afin de tourner rapidement lors d'une pirouette.

[1]

[1] R. Kroon, *English: New York City Ballet in Amsterdam, Suzanne Farrell*. 1965.

Finale - Partie théorique

29.04.2017

PHYSIKSOLYMPIAD
LËTZEBUERG 2017

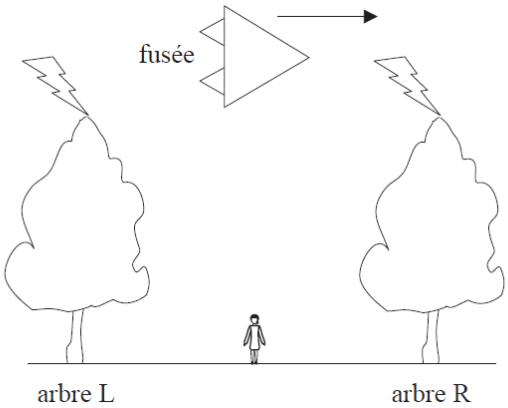
- **L'épreuve est composée de 4 questions (25 points par question)**
- **Précisez les étapes de votre raisonnement**
- **Écrivez vos réponses dans les boîtes prévues.**
- **En cas de besoin, utilisez le verso des feuilles pour vos réponses.**
- **Veuillez noter votre numéro de finaliste sur toutes les feuilles**

Numéro

Relativité

1 Simultanéité

Une fusée, se déplaçant à une vitesse relativiste, passe au-dessus d'un observateur qui est au repos sur le sol à un endroit équidistant de deux arbres L et R. Au moment où un observateur dans cette fusée se trouve au-dessus de l'observateur au sol, un éclair frappe L et R en même temps selon l'observateur au sol. La lumière de ces éclairs atteint l'observateur dans la fusée de même que l'observateur au sol.

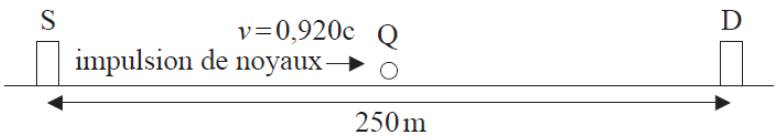


a) Expliquez pourquoi, selon l'observateur dans la fusée, la lumière provenant des deux éclairs atteindra l'observateur au sol en même temps.

b) En vous basant sur la simultanéité en relativité restreinte, résumez pourquoi, selon l'observateur dans la fusée, l'arbre R est frappé par l'éclair avant l'arbre L.

2 Cinématique relativiste

Une impulsion courte de nombreux noyaux d'un isotope radioactif est émise depuis une source S dans un laboratoire. Les noyaux ont une vitesse $v = 0,920c$, telle que mesurée par rapport au laboratoire.



Cette impulsion arrive à un détecteur D. Ce détecteur se trouve à une distance de 250 m telle que mesurée par un observateur dans le laboratoire.

a) Calculez le temps pris par cette impulsion pour se déplacer de S à D, selon

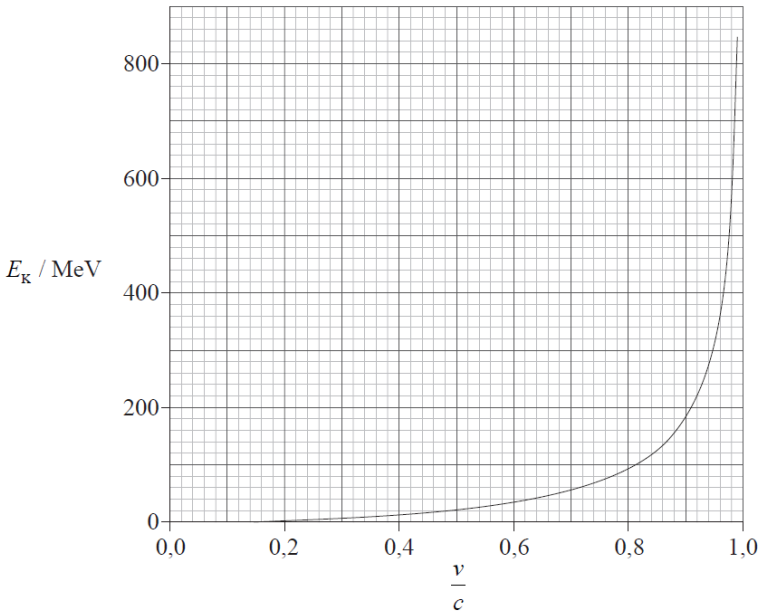
(i) un observateur dans le laboratoire et expliquez.

(ii) un observateur Q se déplaçant avec cette impulsion

b) Calculez la distance entre la source S et le détecteur D selon l'observateur Q.

3 Masse et énergie

a) Le graphique ci-dessous montre la variation en fonction de la fraction v/c de l'énergie cinétique $E_C(= E_K)$ d'une particule, v étant la vitesse de cette particule.



Déterminez, en utilisant la valeur $E_C = 360$ MeV sur le graphique, la masse au repos de la particule en MeV/c^2.

b) Déterminez, en utilisant les données sur le graphique, la différence de potentiel nécessaire pour accélérer la particule dans a) d'une vitesse de $0,63c$ à une vitesse de $0,96c$. La charge de cette particule est $+e$.

4 Mécanique relativiste

a) Montrez que la vitesse v d'une particule d'une énergie totale E et d'une quantité de mouvement p est donnée par l'équation suivante

$$v = \frac{p \cdot c^2}{E}$$

b) Déterminez, en utilisant la réponse à a), la vitesse d'une particule dont la masse au repos est nulle.

Numéro

Sécurité routière

Une voiture automobile a une masse de 1500 kg. Son poids se répartit uniformément sur les 4 roues. Les pneus sont gonflés à la pression de 2,8 bar. La route est horizontale selon la direction de déplacement. Le coefficient de frottement (= force de frottement/force normale) du caoutchouc sur le revêtement routier est estimé, dans les meilleures conditions, égal à 1,0.

a) Quelle est la surface de contact d'un pneu avec la route ?

b) Sachant que le temps de réaction vaut 0,5 s, quelle est la distance totale de freinage de la voiture roulant à la vitesse de 100 km/h ?

c) Quel est le rayon du virage le plus petit que la voiture peut prendre avec une vitesse constante de 100 km/h ?

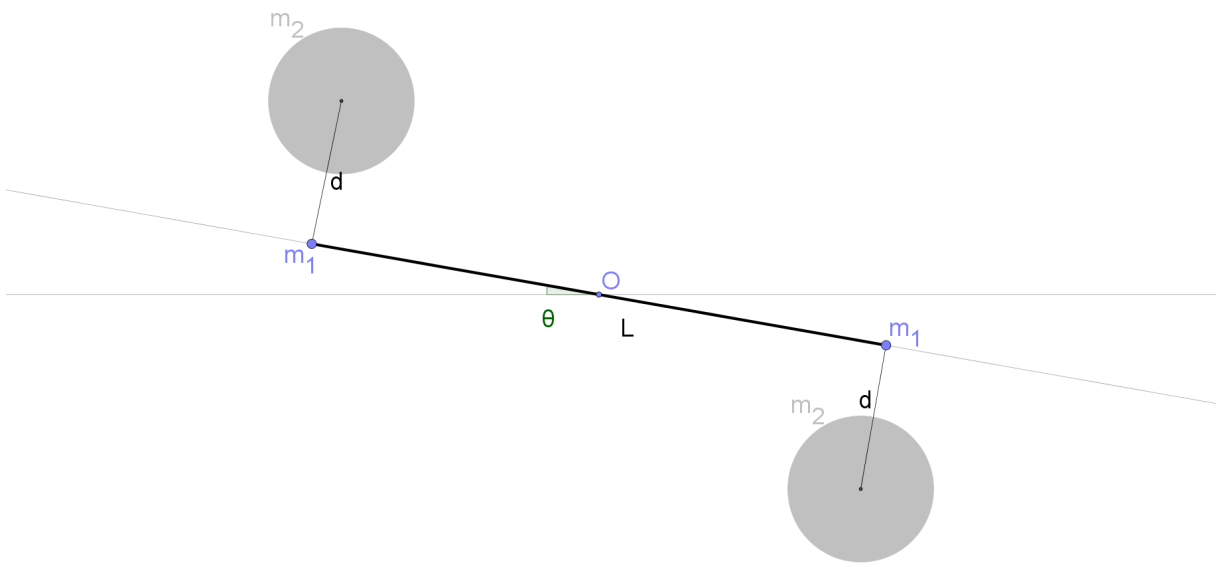
d) Avec quelle vitesse maximale pourrait-elle prendre un virage de rayon 100 m si la route est inclinée de 10° vers le centre du virage ?

Numéro

Oscillations et gravitation

Henry Cavendish, physicien anglais, était le premier à mesurer la constante universelle de gravitation G. Il a suspendu d'un fil à torsion une tige aux bouts de laquelle il attacha des boules en plomb de masse m_1 chacune. Deux autres boules de plomb (m_2) ont été placées proches des deux premières de façon à ce que la force d'attraction entre les boules soit perpendiculaire à la tige. Cavendish mesura consciencieusement l'angle de la déviation θ de la tige en fonction du temps jusqu'à l'amortissement des oscillations engendrées. Finalement le centre des grandes boules se trouvaient à une distance d du centre des petites boules.

On a : $m_1 = 0,73\ kg$, $m_2 = 158\ kg$, $L = 1,8\ m$ et $d = 18,5\ cm$



Informations supplémentaires :

Le fil à torsion obéit la loi de Hooke : $M = \kappa \cdot \theta$ où M est le moment de force appliqué au fil, κ est la constante de torsion du fil et θ est la déviation angulaire par rapport à la situation sans moment de force appliqué.

2e Loi de Newton pour le mouvement de rotation : $M = I \cdot \frac{d^2\theta}{dt^2}$

$I = m \cdot r^2$ est le moment d'inertie d'une masse m qui se trouve à une distance r de l'axe de rotation.

1. Déterminez le moment de force M dû à l'attraction gravitationnelle entre les boules. $M = f\left(G, m_1, m_2, L, d\right)$

2. Utilisez la loi de Hooke pour exprimer G en fonction de $m_1, m_2,\ L, d,\ \kappa$ etθ.

3. Déterminez la constante de torsion κ en unités SI à partir des équations du mouvement et des informations représentées sur le graphique de la dernière page en supposant que la période propre du système correspond à la pseudo-période de l'oscillation amortie. Astuce : Montrez que $\theta\left(t\right) = \hat{\theta} \cdot \sin\left(\omega \cdot t\right)$ est une solution de l'équation différentielle : $-\kappa \cdot \theta = I \cdot \frac{d^2\theta}{dt^2}$

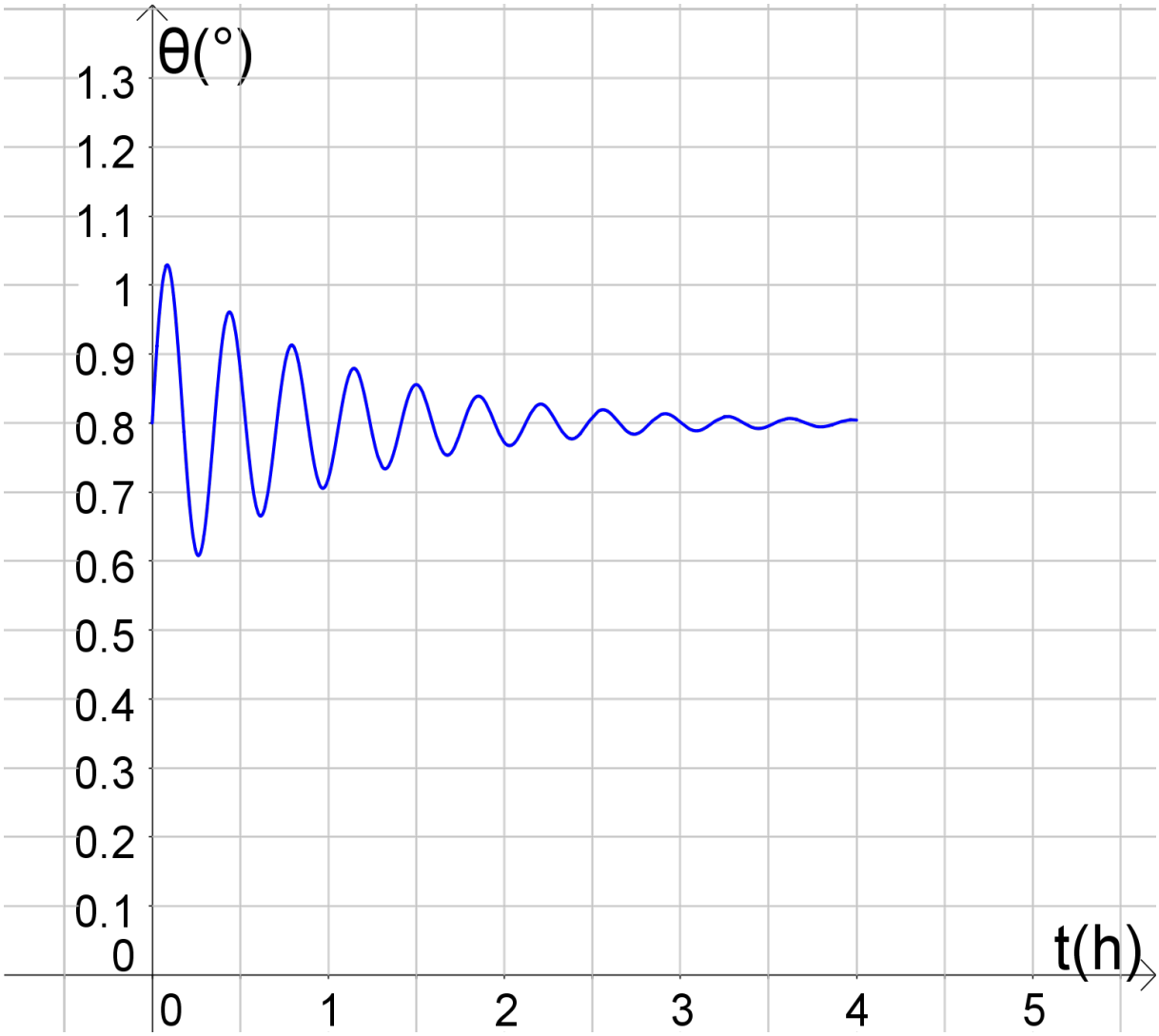


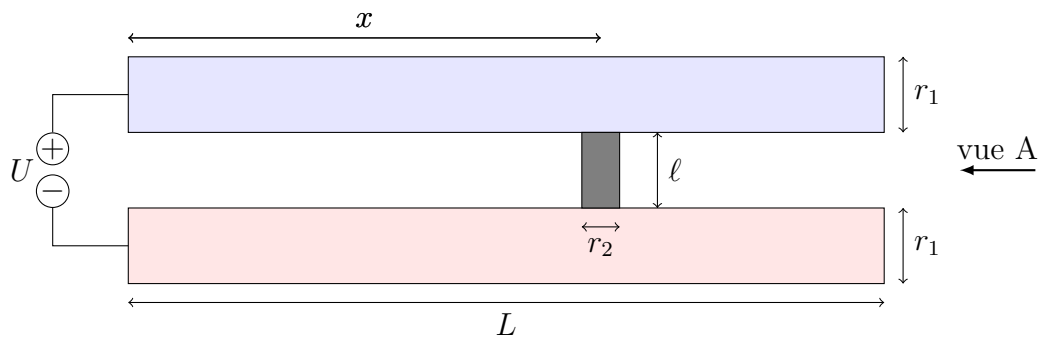
FIGURE 1 –

4. Calculez la valeur de G obtenue par Cavendish en unités SI.

Numéro

Electrodynamique

Une petite masse m de cuivre (masse volumique $\rho_V = 9\text{g/cm}^3$ et résistivité $\rho_R = 1.7 \times 10^{-8}\Omega\text{m}$) est située entre deux tiges de cuivre. La masse est un parallélépipède rectangle de dimensions $r_2 \times r_2 \times \ell$ et les tiges de longueur L ont une section rectangulaire $r_1 \times r_1$. On a $r_2 = 1\text{cm}$, $r_1 = 2\text{cm}$ et $\ell = 2\text{cm}$, $L = 50\text{cm}$. Une source de tension U est connectée à une extrémité des tiges à une distance initiale $x = 30\text{cm}$ de la masse m. La masse m est mobile et peut se déplacer le long de l'axe horizontal.



1. Calculer la résistance électrique des deux tiges ainsi que la résistance de la masse m. Calculer la résistance totale R du système, en supposant que les contacts entre les bâtons et la masse sont parfaits, et que la résistance interne de la source de tension est égale à $R_i = 1\Omega$.

2. Calculer le courant I dans le système pour la tension $U = 1000\text{V}$.

3. Le courant engendre un champ magnétique. Réaliser un dessin de la situation vue de la direction 'vue A' et indiquer les lignes de champ et la direction du champ. On suppose que le champ magnétique engendré par une tige rectangulaire est identique à celui autour d'un conducteur cylindrique parcouru par un courant électrique. En utilisant la formule pour le champ magnétique $B(r) = \mu I/(2\pi r)$ en fonction de la distance r du centre d'un conducteur, calculer le champ $B(\ell/2)$ au centre de la gravité de la masse. [La perméabilité magnétique du vide est égale à $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\text{Tm/A}$.]

4. En supposant que le champ magnétique est approximativement constant sur la longueur de la masse, $B(r) \approx B(\ell/2)$, calculer la force de Lorentz agissant sur la masse.

5. Calculer l'accélération de la masse due à la force de Lorentz en négligeant le frottement. Dans quelle direction se déplace-t-elle ?

6. En supposant que l'accélération de la masse est constante, avec quelle vitesse sortira-t-elle du système ?