



Demi-finale(FR)

6.2.2018

Recueil d'équations

Cinématique(MRUV)

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$$
$$v = at + v_0$$
$$v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0)$$

Forces

$$F = ma$$
$$F_f \leq \mu N$$

Travail, Énergie et Puissance

$$W = Fd \cos \theta$$
$$E_{cin} = \frac{1}{2}mv^2$$
$$E_{pes} = mgh$$
$$E_{el} = \frac{1}{2}kx^2$$
$$P = \frac{W}{t} = Fv$$

Quantité de mouvement

$$p = mv$$
$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$$

Calorimétrie

$$Q = mc\Delta\theta$$
$$Q = mL$$

Gaz idéal

$$p = \frac{F}{A}$$
$$pV = nRT = Nk_B T$$
$$E_K = \frac{3}{2}k_B T$$

Oscillations et ondes

$$T = \frac{1}{f}$$
$$c = f\lambda$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

Electricité

$$I = \frac{Q}{t}$$
$$F = k \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2}$$
$$U = \frac{W}{q}$$
$$E = \frac{F}{q}$$
$$U = RI$$
$$P = UI = RI^2 = \frac{U^2}{R}$$
$$R = R_1 + R_2 + \dots + R_n$$
$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}$$
$$\rho = \frac{RA}{L}$$

Electro-magnétisme

$$F = qvB \sin \theta$$
$$F = BIL \sin \theta$$

Mouvement circulaire

$$v = \omega r$$
$$a = \frac{v^2}{r}$$

Gravitation

$$F = G \frac{mM}{r^2}$$
$$g = \frac{F}{m}$$

Physique quantique

$$E = hf$$
$$\lambda = \frac{hc}{E}$$

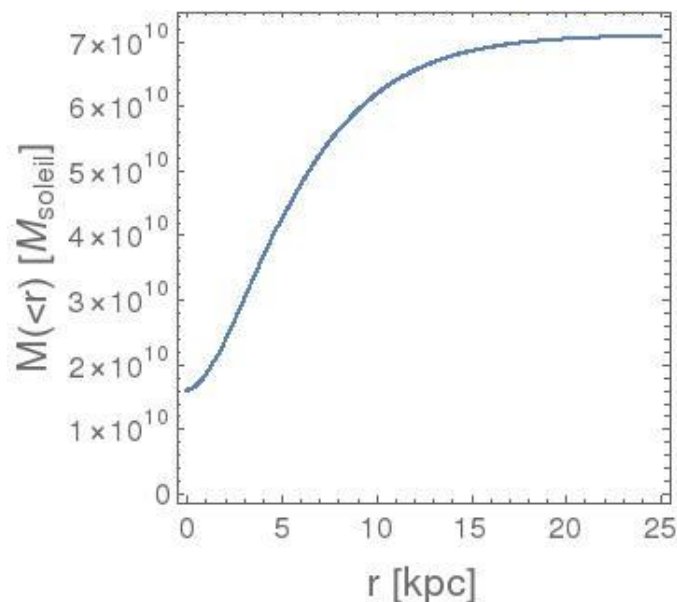
Optique

$$n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \sin \alpha_2$$
$$\frac{1}{q} + \frac{1}{p} = \frac{1}{f}$$

Question 1 : Galaxies et gravitation (20 points = 6+5+4+5)

Une galaxie est une agglomération locale d'étoiles de distribution non uniforme. Les étoiles forment le disque galactique dont la hauteur est très petite par rapport à son rayon. La galaxie qui héberge le Soleil avec la Terre s'appelle la Voie Lactée et appartient au type des galaxies spirales.

1. Donner l'expression de la vitesse de rotation v_E d'une étoile de masse m_E qui se trouve à une distance R du centre galactique. Supposer que seules les étoiles qui se trouvent à l'intérieur de la sphère de rayon R , de masse $M(R)$, contribuent à la force gravitationnelle agissant sur l'étoile en question.
2. Sachant que l'étoile de notre système solaire, le Soleil, a une vitesse de rotation de 230 km/s et qu'elle se trouve à une distance de 8000 pc du centre galactique, calculez la masse de matière contenue à l'intérieur de ce rayon. Donnez le résultat en masses solaires.
Info : le parsec (pc) est une unité de longueur astronomique.
 $1 \text{ pc} = 3.08567758 \cdot 10^{16} \text{ m}$.
La masse du soleil vaut $M_{\text{soleil}} = 2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$.
3. Le graphique suivant montre la masse cumulée des étoiles de la Voie Lactée en fonction de la distance au centre galactique¹. Quelle est la masse des étoiles à l'intérieur de la sphère de 8 kpc ? Concluez si toute la masse qui intervient dans l'attraction gravitationnelle réside dans les étoiles.



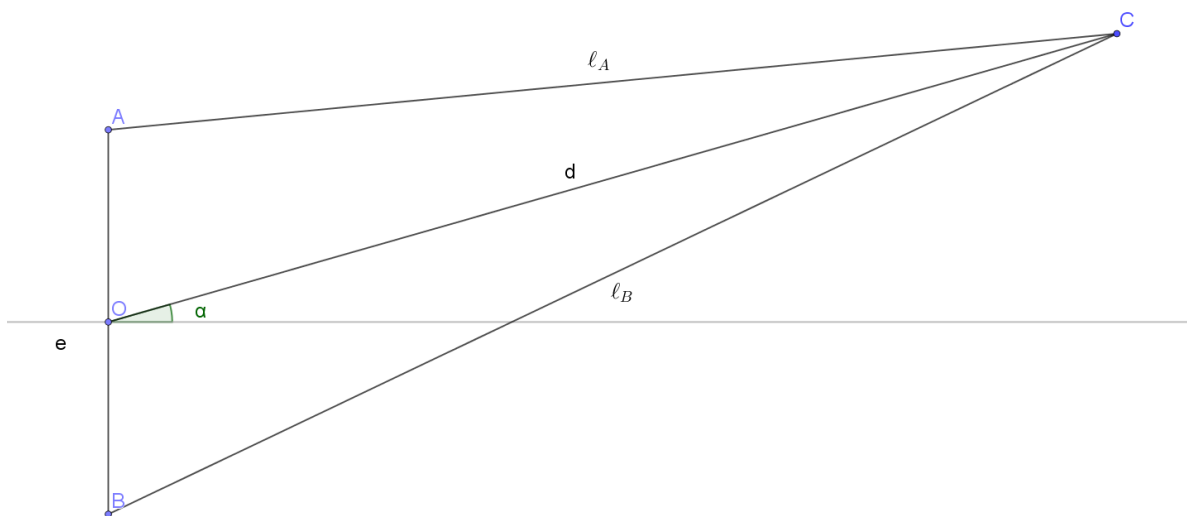
4. Les astrophysiciens ont invoqué un nouveau type de matière pour combler le déficit en masse gravitationnelle observé au sein des galaxies. Puisque cette matière n'interagit pas avec la lumière (et est donc « invisible »), ils l'ont appelé « matière noire ». Quelle est la masse de matière noire (en M_{sol}) à l'intérieur de 25 kpc, sachant que (dans ce modèle particulier qui a servi à faire le graphique) la proportion de la masse de

¹Modèle pris de Nesti & Salucci 2013.

matière noire par rapport à la masse totale (masse des étoiles et de la matière noire)
est 76.9 % ?

Question 2 : Ondes et oscillations (20 points = 5+4+1+6+2+2)

Deux antennes radio A et B espacées d'une distance e émettent un signal électro-magnétique sinusoïdal à une fréquence fixe f . La vitesse de propagation des ondes est la vitesse de la lumière $c = 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$ et on appelle λ la longueur d'onde. On peut considérer que les antennes se comportent comme des sources ponctuelles cohérentes. On appelle différence de marche $\Delta \ell = \ell_A - \ell_B$ la différence du chemin parcouru par les deux ondes émises par A et B respectivement pour arriver à un point donné C . Si la différence de marche correspond à un multiple entier de la longueur d'onde ($\Delta \ell = k \cdot \lambda \quad k \in \mathbb{Z}$), les ondes interfèrent constructivement et le signal est renforcé. Si la différence de marche est un multiple impair d'une demie longueur d'onde ($\Delta \ell = (2k + 1) \cdot \frac{\lambda}{2} \quad k \in \mathbb{Z}$), les ondes interfèrent de façon destructive et le signal est annulé.



1. Un receveur lointain ($d \gg e$) capte le signal émis par les deux antennes. Dans quelles directions α la réception sera-t-elle optimale ? (5p)
2. Cette technique est utilisée afin de focaliser la puissance rayonnée par les antennes dans une direction donnée augmentant le rendement efficace. Afin d'optimiser l'émission il faut limiter le nombre de maxima d'émission. Sous quelle condition ne pourrait-on observer qu'un seul maximum ? (4p)
3. Calculez la séparation e dans le cas limite pour $f = 92,5$ MHz. (1p)
4. Pour un système de deux antennes, on souhaite varier la direction d'émission maximale sans pour autant devoir tourner les antennes de façon mécanique. C'est pourquoi les ingénieurs introduisent un déphasage φ du signal dans une des antennes. Ceci est équivalent à un décalage spatial de l'antenne de $\Delta \ell_{\text{déphasage}} = \frac{\varphi}{2\pi} \lambda$ dans la direction d'émission respective. Exprimez l'angle de la direction de réception optimale α en fonction des autres variables. (6p)
5. Calculez le déphasage nécessaire pour dévier la direction d'émission optimale de 12° . On a : $e = 12$ m et $f = 107,7$ MHz. (2p)
6. D'un point de vue technique, lorsqu'on construit un système d'antennes directionnelles, on utilise souvent une rangée d'antennes espacées d'une même distance. Quel est l'avantage d'un tel dispositif ? (2p)

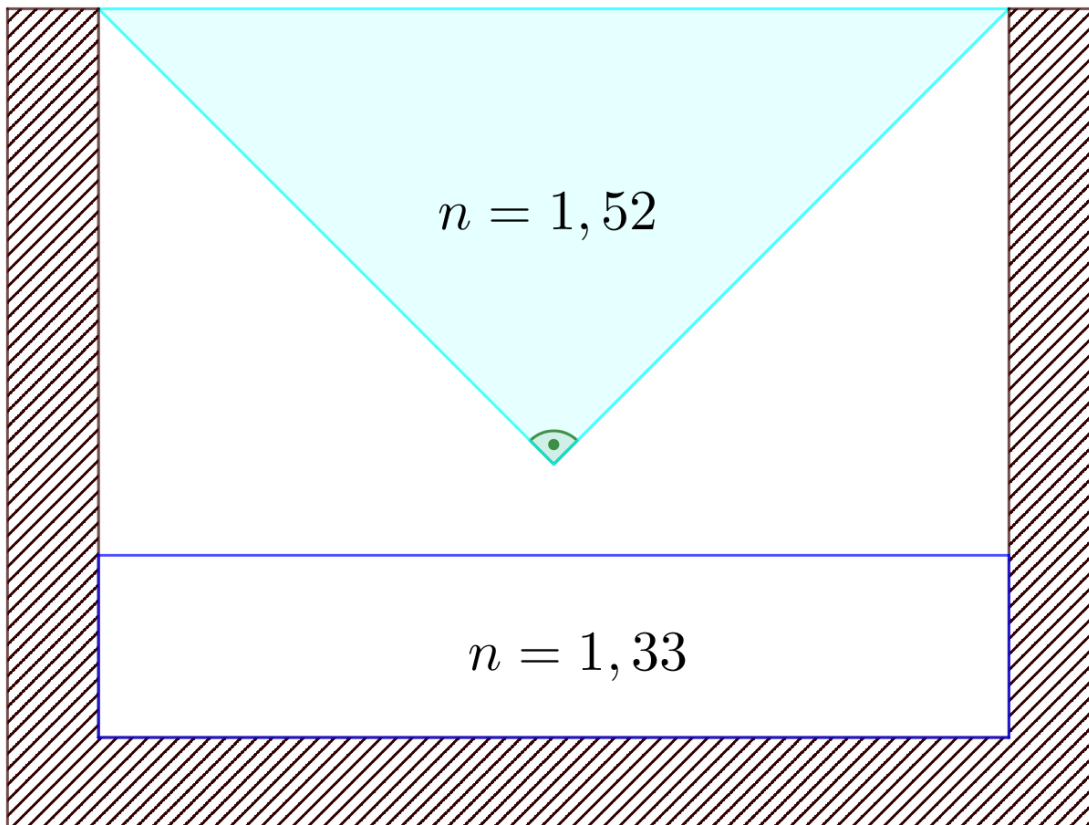
Question 3 : Optique et réfraction (20 Points = 5 + 4 + 3 + 3 + 5)

Dans le dispositif ci-dessous une source émet un pinceau de lumière incident sur un prisme placé dans une cuve. La cuve est fermée par le prisme d'indice de réfraction n égal à 1,52. La cuve peut être remplie de liquide. Dans la figure ci-dessous elle est partiellement remplie d'eau dont l'indice de réfraction vaut 1,33. L'espace entre le prisme et le liquide est rempli d'air (indice de réfraction égal à 1,00).

Détecteur



Source lumineuse



1. Tracez la marche exacte du rayon lumineux quand le prisme est entouré entièrement d'air.
2. Tracez la marche exacte du rayon quand le prisme est entièrement entouré d'eau dans la cuve. Justifier.
3. E est une cellule photoélectrique qui produit une tension électrique quand elle est illuminée. Expliquez brièvement comment ce dispositif fonctionne et à quoi il pourrait servir.

4. Quelle est la valeur minimale pour l'indice de réfraction du liquide pour que le dispositif fonctionne encore ?
5. Quelle est la valeur maximale pour l'indice de réfraction du prisme pour que le dispositif fonctionne encore avec de l'eau? Quels sont les prismes qu'on peut utiliser pour ce dispositif parmi la liste des prismes indiqués ci-dessous ?

Verre	Indice de réfraction
Pyrex	1,474
Verre de germanium	1,608
Schott IR25	2,728
Diamant	2,418
Crown FK5	1,487
Flint LaFN2	1,744
Flint LaSF30	1,803

Question 4: Hélium en hypothermie (16 points = 4+3+4+3+2)

On s'intéresse ici au fonctionnement basique d'un « 1Kpot », un outil qui permet d'atteindre des températures entre 1 K et 5 K, utilisé en premier stade de refroidissement dans les systèmes à très basse température. Cet outil est normalement en contact thermique avec l'échantillon qu'on désire refroidir, mais dans ce problème, on ne traitera que le cas d'un 1Kpot isolé.

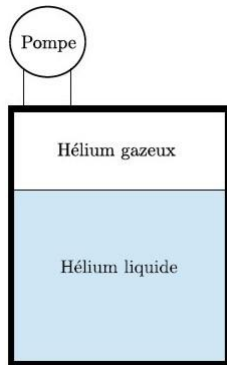


Fig. 1 : Normal

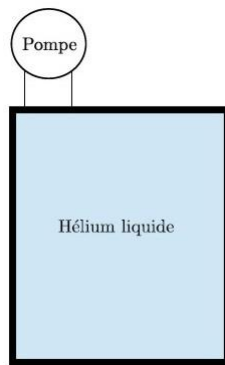


Fig. 2 : Plein

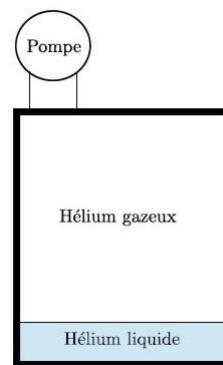


Fig. 3 : Vide

Soit un bain d'hélium liquide isolé de tout corps chaud qui pourrait le faire bouillir (Fig. 1), à pression de vapeur saturante. Le dessus du bain est connecté à une pompe à vide qui est assez puissante pour aspirer l'hélium gazeux au-dessus du bain, mais pas l'hélium liquide. Lorsque la pompe est en marche, on peut considérer qu'il y a du vide au-dessus du liquide.

Indication : la pression de vapeur saturante est la pression à laquelle les transitions entre les phases liquide (ou solide) et gazeuse sont à l'équilibre. Si la pression d'un gaz est plus élevée que la pression de vapeur saturante, il va y avoir condensation jusqu'à l'équilibre de la pression et de la pression de vapeur saturante. Vous pouvez faire l'hypothèse que cette pression de vapeur saturante varie très peu en fonction de la température.

1. (4 pts) Expliquez pourquoi l'hélium commence à s'évaporer quand on démarre la pompe. Que se passe-t-il si on arrête la pompe ?
2. (3 pts) Soit 300 mL d'hélium liquide à 4,3 K et à pression atmosphérique ; quelle quantité de chaleur faut-il fournir pour évaporer ce liquide ?
3. (4 pts) Expliquer pourquoi la température de la couche de liquide très proche de la surface baisse lorsque la pompe est en marche. Quels sont les deux facteurs qui ont le plus d'influence sur le taux de refroidissement du bain ? Expliquez qualitativement.
4. (3 pts) Que dire du taux de refroidissement de l'hélium liquide des figures 2 et 3 ? Comparez-le à celui de la Fig. 1. Expliquez qualitativement.
5. (2 pts) On veut maintenant utiliser ce principe pour fabriquer un réfrigérateur. Qu'est-ce qui va empêcher le réfrigérateur de maintenir une température stable au cours du temps dans le modèle illustré par la Fig. 1 ? Que faudrait-il faire pour y remédier ?
Bonus (+1 pt) : Quels sont les paramètres techniques qui permettent d'ajuster la température ?

Constantes physiques :

Température de vaporisation de l'hélium à pression atmosphérique : $T_v = 4,3K$

Chaleur latente de vaporisation de l'hélium liquide à pression de vapeur saturante : $L_v = 81 J/mol$

Masse molaire de l'hélium : $M_{He} = 4,0026 g/mol$

Masse volumique de l'hélium liquide en fonction de la température :

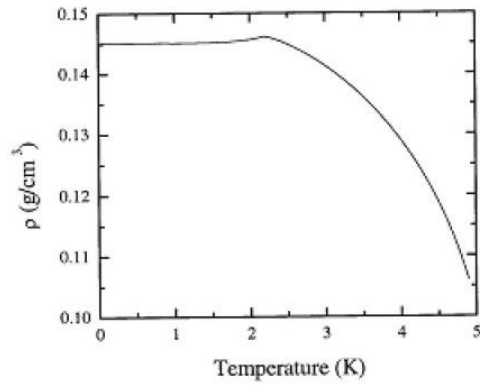
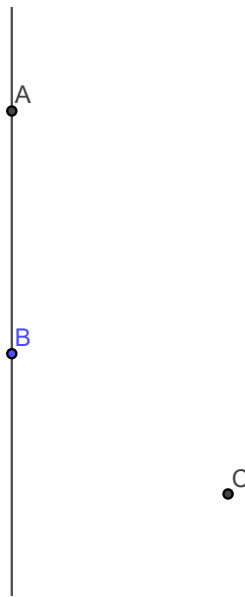


Fig. 4: Source : « The Observed Properties of Liquid Helium at the Saturated Vapor Pressure » by Russell J. Donnelly and Carlo F. Barenghi

Question 5 : Vitesse de la lumière ($8 + 2 = 10$)

Une particule de rayonnement cosmique se déplace à une vitesse proche de la vitesse de la lumière. Elle pénètre entre dans un grand récipient rempli d'un liquide luminescent d'indice de réfraction n égal à 1,6. Elle se déplace sur une ligne AB comme indiquée sur la figure. Un détecteur est placé au point C. Il enregistre simultanément deux flashes lumineux issus des points A et B.



1. Déterminer à l'aide de la figure qui est à l'échelle la vitesse de la particule. Exprimez le résultat en notation scientifique et estimez le nombre de chiffres significatifs.
2. Précisez la position d'autres points du liquide où les flashes pourraient être perçus simultanément.