PHYSIKSOLYMPIAD LËTZEBUERG 2022

Halbfinale (DE)

28.02.2022

Anweisungen

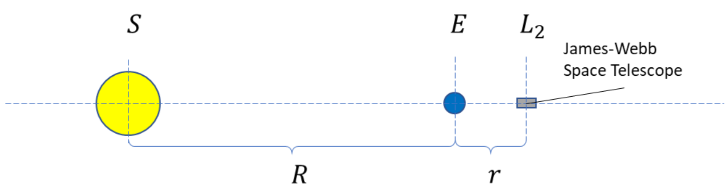
- Geben Sie auf jeder Seite Ihren vollständigen Namen und den Namen ihrer Schule an.
- Geben Sie auf jeder Seite die Nummer de Frage die Sie bearbeiten an.
- Erklären Sie Ihre Vorgehensweise und präsentieren sie Ihre Zwischenrechnungen
- Nummerieren Sie jede einzelne Seite.

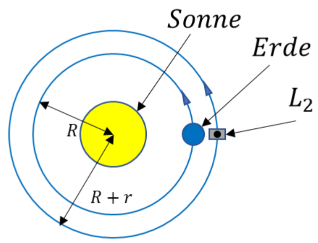
Formelsammlung

Kinematik	Kräfte	Kreisbewegung
$x(t) = \frac{1}{2}at^2 + v_o t + x_0$ $v(t) = at + v_0$ $\Delta(v^2) = 2a \cdot \Delta x$	$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$ $F_f \leq \mu \cdot F_N$	$v = \omega \cdot r$ $a = \frac{v^2}{r}$
Momentum	**Kalorimetrie**	**Ideales Gas**
$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$ $\vec{F} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}$	$Q = m \cdot c \cdot \Delta\theta$ $Q = m \cdot L$	$p = \frac{F}{A}$ $pV = nRT$ $pV = Nk_B T$ $E_K = \frac{3}{2} \cdot k_B \cdot T$
Arbeit, Leistung und Energie	**Elektrizität**	**Schwingungen und Wellen**
$W = F \cdot d \cdot \cos(\theta)$ $E_c = \frac{1}{2}mv^2$ $E_p = mgh$ $E_{el} = \frac{1}{2}kx^2$ $P = \frac{W}{t}$ $P = F \cdot v$	$I = \frac{Q}{t}$ $F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\lvert q_1\rvert \cdot \lvert q_2\rvert}{r^2}$ $U = \frac{W}{q}$ $E = \frac{F}{q}$ $U = R \cdot I$ $P = U \cdot I = R \cdot I^2 = \frac{U^2}{R}$ $R = \sum R_i$ $\frac{1}{R} = \sum \frac{1}{R_i}$ $\rho = \frac{R \cdot A}{L}$	$T = \frac{1}{f}$ $c = \lambda \cdot f$ $T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$ $T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}}$
Elektromagnetismus	**Gravitation**	**Optik**
$F = q \cdot v \cdot B \cdot \sin(\theta)$ $F = B \cdot I \cdot L \cdot \sin(\theta)$	$F = \frac{G \cdot m_1 \cdot m_2}{r^2}$ $F = m \cdot g$	$n_1 \sin(\alpha) = n_2 \sin(\beta)$ $f^{-1} = g^{-1} + b^{-1}$
Quantenmechanik		
$E = h \cdot f$ $\lambda = \frac{h \cdot c}{E}$		

Aufgabe 1 – James-Webb Weltraumteleskop [3 + 5 + 7 = 15 P]

Am 25. Dezember 2021 startete die Mission des James-Webb Space Teleskops. James-Webb ist ein Teleskop, das mittels Infrarot-Sensorik in die Tiefe des Weltraums blicken kann. Um elektromagnetische Störungen seitens der Strahlung von Sonne, Erde und Mond zu vermeiden, wird James-Webb in große Entfernung relativ zur Erde gebracht, an den sogenannten Lagrange-Punkt $L2$. Ein Lagrange-Punkt ist eine Position im System von zwei Himmelkörpern (hier Sonne und Erde) an denen Körper mit geringer Masse (z.B. Asteroid, Raumsonden etc.) antriebslos einen massenreicheren Körper (hier Sonne) Umkreisen können, aber nicht den massenärmeren, (hier Erde). Ein Körper am $L2$ besitzt demnach auch die gleiche Winkelgeschwindigkeit ω wie die Erde. Ziel dieser Aufgabe ist es, die Entfernung r zwischen Erde und $L2$ zu bestimmen. Beantworte hierzu folgende Zwischenschritte.





1) Leite die Winkelgeschwindigkeit ω_E der Erde in Funktion der Gravitationskonstante G, der Sonnenmasse M_S und dem Bahnradius R her.

2) Die Mission sieht vor, das Teleskop am Lagrange-Punkt $L2$ zu positionieren. Das Teleskop hat wegen der geringen Masse keinen Einfluss auf das System Erde-Sonne. Am $L2$ wird das Teleskop durch die Gravitation der Sonne und Erde in einer kreisförmigen Umlaufbahn gehalten. Stelle eine Gleichung auf, die den unbekannten Bahnradius r beschreibt, ohne diese Gleichung vollständig zu lösen. Die Gleichung soll nur die Parameter der Sonnenmasse M_S, Erdmasse M_E, Bahnradius R und der Gravitationskonstante G beinhalten.

3) Vereinfache die vorherige aufgestellte Gleichung mit folgender Näherung: Da der Radius $r \ll R$; $\frac{r}{R} \ll 1$ ist, kann man annähernd schreiben:

$$\frac{1}{\left(1+\frac{r}{R}\right)^2} \approx 1 - \frac{2r}{R}$$

Bestimme die Distanz r zwischen Erde und Teleskop.

Konstanten:

- Sonnenmasse: $M_S = 1{,}99 \cdot 10^{30}$ kg
- Erdmasse: $M_E = 5{,}97 \cdot 10^{24}$ kg
- Distanz Sonne – Erde: $R = 1{,}47 \cdot 10^{11}$ m

Aufgabe 2 – Regen und Hagel [2 + 1 + 3 + 9 + 3 = 18 P]

Wassertropfen oder Hagelkörner entstehen in einer Höhe von einigen Kilometern in der Atmosphäre und fallen durch die Luft bis zum Boden.

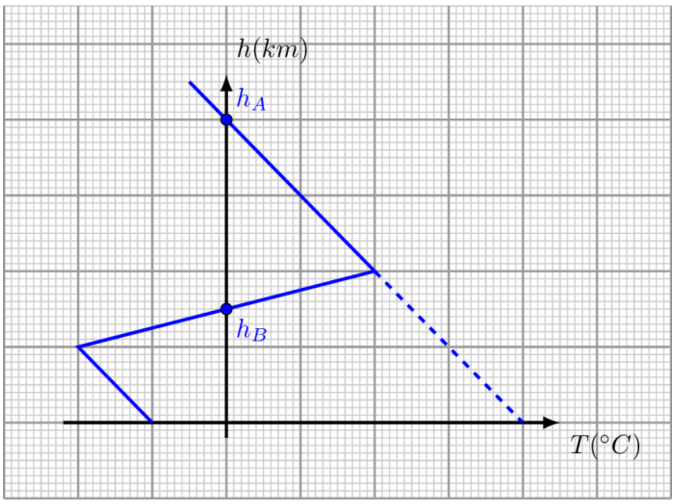
1) Berechne die Geschwindigkeit eines Hagelkorns der au seiner Höhe von 4 km fällt, ohne den Luftwiderstand zu berücksichtigen.

2) Erkläre warum dieses Ergebnis unsinnig ist.

3) Man nehme an, dass beim Fall die Hälfte der potenziellen Lageenergie eines Hagelkorns bei 0°C in innere Energie des Hagelkorns umgewandelt wird. In welchem Aggregatzustand wäre das Hagelkorn beim Aufprall?

Für den übrigen Teil der Aufgabe werden diese Art der Wärmegewinnung vernachlässigt!

Während das Hagelkorn durch die Luft fällt, fällt es durch immer neue Luftschichten mit verschiedenen Temperaturen. Das Temperaturprofil der Luft sieht folgendermaßen aus:



Das Hagelkorn schmilzt vollständig bei seiner Reise von Punkt A zu Punkt B. Man nehme an, dass die Wärmeleitung von Eis und Wasser perfekt ist.

4) Bestimme das Verhältnis zwischen gefrorener Masse und Gesamtmasse des Hagelkorns beim Aufprall. Erkläre deine Überlegungen und erläutere eventuelle Annahmen, die du machst.

In einem anderen Szenario folgt das Temperaturprofil der Luft der gestrichelten Linie.

5) Bestimme die Höhe h_C bei der das Hagelkorn komplett geschmolzen wäre.

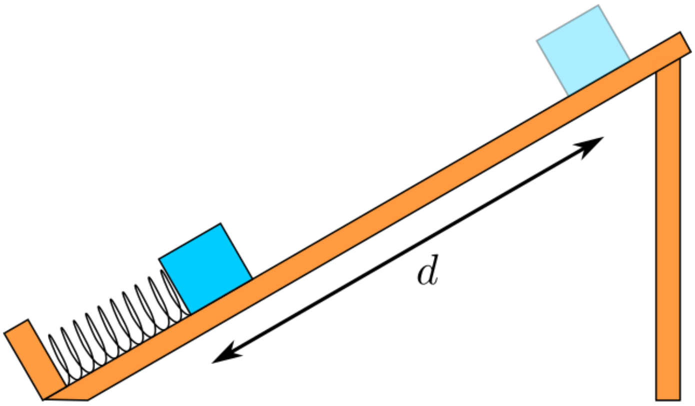
Tipp: Der Wärmefluss für kleine Temperaturunterschiede wird von folgendem Gesetz bestimmt:

$$\frac{dQ}{dt} = \kappa \Delta T = \kappa (T_{aussen} - T_{innen})$$

- Kettenregel für Ableitung: $\frac{dT}{dt} = \frac{dT}{dx} \cdot \frac{dx}{dt}$
- spezifische Wärmekapazität für Wasser: $c_{Wasser} = 4{,}2 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$
- spezifische Wärmekapazität für Eis: $c_{Eis} = 2{,}1 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$
- Latente Schmelzwärme von Eis: $L = 334 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$

Aufgabe 3 – Schiefe Ebene und Feder [5 + 5 + 5 = 15 P]

Eine mechanische Feder mit vernachlässigbarer Masse und Federhärte $k = 800$ N/m hat ohne Belastung eine Länge von 1 m. Die Feder wird auf einer schiefen Ebene montiert, die in einem Winkel von 45° mit der Horizontalen steht (Siehe Zeichnung). Die Reibung ist vernachlässigbar.



Man komprimiere die Feder auf eine Länge von 0,5 m, platziere eine Masse von 4 kg auf dem freien Ende und lasse die Feder los.

1) Um welche Strecke d entlang der schiefen Ebene bewegt sich die Masse, bevor sie erstmals zum Stillstand kommt, wenn die Masse nicht an der Feder befestigt ist.

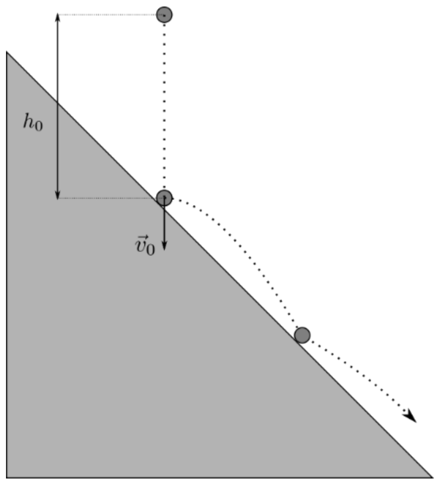
2) Um welche Strecke d entlang der schiefen Ebene bewegt sich die Masse, bevor sie erstmals zum Stillstand kommt, wenn die Masse an der Feder befestigt ist.

3) Die Reibung wird nun nicht mehr vernachlässigt und wird durch die Reibungszahl μ beschrieben. Man stelle sich vor die Masse kommt zum Stehen, wenn die Länge der Feder der Länge ohne Belastung entspricht. Bestimmen Sie die Reibungszahl. Macht das Ergebnis Sinn?

Tipp: $\mu = \frac{F_{fr}}{F_n}$ wobei F_{fr} der Betrag der Reibungskraft und F_n der Betrag der Normalkraft ist, die auf die Unterlage wirkt.

Aufgabe 4 – Hopp, hopp, hopp [1 + 2 + 4 + 3 + 6 +4 = 20 P]

Eine Kugel fällt aus einer Höhe h_0 auf eine schiefe Ebene. Der Winkel zwischen der schiefen Ebene und der Horizontalen beträgt 45°. Die Aufprallgeschwindigkeit ist gleich $\overrightarrow{v_0}$. Der Stoß zwischen Ball und Ebene ist elastisch und der Ball prallt ab und hüpft die Ebene hinunter.



In den folgenden Berechnungen ist die x-Achse als parallel zur Ebene zu wählen und die y-Achse senkrecht zur Ebenen zu wählen.

1) Zeichne eine schiefe Ebene sowie die x und y Komponenten der Geschwindigkeit ($\vec{v}_x$ und $\vec{v}_y$) und der Beschleunigung ($\vec{a}_x$ und $\vec{a}_y$).

2) Zeige, dass die Aufprallgeschwindigkeit kurz nach dem Fall gleich $v_0 = \sqrt{2gh_0}$ ist und die Fallzeit gleich $t_O = \frac{v_0}{g}$ ist.

3) Schreibe die Bewegungsgleichungen für $x(t), y(t), v_x(t)$ und $v_y(t)$ im Zeitinterval zwischen den beiden ersten Aufprällen.

4) Zeige, dass der Betrag der y- Komponente der Geschwindigkeit konstant ist.

5) Zeige, dass die Geschwindigkeit nach dem n[ten] Aufprall gegeben ist durch

$$v_n^2 = \frac{[(2n+1)^2 + 1]}{2} v_0^2 \; n = 0,1,\ldots$$

$n = 0$ entspricht dem ersten Aufprall gleich nach dem Fall.

6) Zeige, dass der Winkel θ_n zwischen Geschwindigkeitsrichtung und Ebene gleich

$$\tan\theta_n = \frac{1}{2n+1}$$

ist. Folgere daraus, dass der Ball sich mit jedem Sprung der Ebene nähert.