PHYSIKSOLYMPIAD
LËTZEBUERG 2022

Demi-finale (FR)

28.02.2022

Introductions

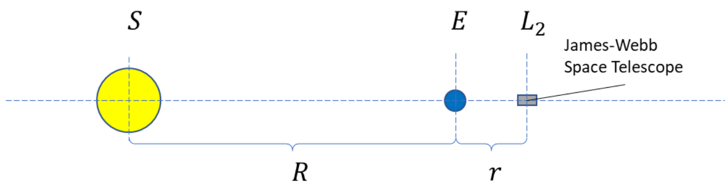
- Indiquez votre nom complet et le nom de votre école sur chaque page.
- Indiquez clairement le numéro de la question et de la sous-question sur chaque page
- Expliquez votre démarche et présentez vos calculs intermédiaires.
- Numérotez chaque page.

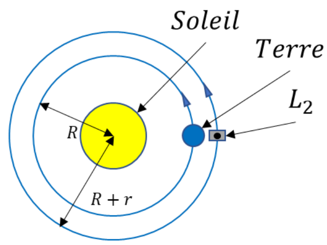
Recueil de formules

cinématique	forces	mouvement circulaire
$x(t) = \frac{1}{2}at^2 + v_o t + x_0$ $v(t) = at + v_0$ $\Delta(v^2) = 2a \cdot \Delta x$	$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$ $F_f \leq \mu \cdot F_N$	$v = \omega \cdot r$ $a = \frac{v^2}{r}$
quantité de mouvement	**calorimétrie**	**Gaz idéal**
$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$ $\vec{F} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}$	$Q = m \cdot c \cdot \Delta\theta$ $Q = m \cdot L$	$p = \frac{F}{A}$ $pV = nRT$ $pV = Nk_BT$ $E_K = \frac{3}{2} \cdot k_B \cdot T$
travail/puissance/énergie	**électricité**	**oscillations et ondes**
$W = F \cdot d \cdot \cos(\theta)$ $E_c = \frac{1}{2}mv^2$ $E_p = mgh$ $E_{el} = \frac{1}{2}kx^2$ $P = \frac{W}{t}$ $P = F \cdot v$	$I = \frac{Q}{t}$ $F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\lvert q_1\rvert \cdot \lvert q_2\rvert}{r^2}$ $U = \frac{W}{q}$ $E = \frac{F}{q}$ $U = R \cdot I$ $P = U \cdot I = R \cdot I^2 = \frac{U^2}{R}$ $R = \sum R_i$ $\frac{1}{R} = \sum \frac{1}{R_i}$ $\rho = \frac{R \cdot A}{L}$	$T = \frac{1}{f}$ $c = \lambda \cdot f$ $T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$ $T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}}$
électromagnétisme	**gravitation**	**optique**
$F = q \cdot v \cdot B \cdot \sin(\theta)$ $F = B \cdot I \cdot L \cdot \sin(\theta)$	$F = \frac{G \cdot m_1 \cdot m_2}{r^2}$ $F = m \cdot g$	$n_1 \sin(\alpha) = n_2 \sin(\beta)$ $f^{-1} = g^{-1} + b^{-1}$
mécanique quantique		
$E = h \cdot f$ $\lambda = \frac{h \cdot c}{E}$		

Question 1 – Télescope spatial James-Webb [3 + 5 + 7 = 15 P]

Le 25 décembre 2021, la mission du téléscope spatial James-Webb a été lancée. James-Webb est un télescope capable d'observer dans les profondeurs de l'espace grâce à des capteurs infrarouges. Afin d'éviter des interférences électromagnétiques dues au rayonnement du Soleil, de la Terre et de la Lune, James-Webb est placé à une distance lointante par rapport à la Terre, au point Lagrange $L2$. Un point de Lagrange est une position dans un système de deux corps célèstes (ici le Soleil et la Terre) où des corps de très faible masse (par ex. astéroïde, sonde spatiale, etc.) peuvent tourner sans propulsion autour d'un corps en grande masse (ici le Soleil), mais pas autour du corps de masse plus faible (ici la Terre). Un corps situé à $L2$ possède donc la même vitesse angulaire ω que la Terre. L'objectif de cet exercice est de déterminer la distance r entre la Terre et $L2$. Pour cela, réponds aux étapes intermédiaires suivantes.





1) Déduis-en la vitesse angulaire ω_E de la Terre en fonction de la constante de gravitation G, de la masse solaire M_S et du rayon orbital R.

2) La mission prévoit de positionner le télescope au point de Lagrange $L2$. En raison de sa faible masse, le télescope n’exerce aucune influence sur le système Terre-Soleil. Au point $L2$, le télescope est maintenu sur une orbite circulaire par la gravitation du Soleil et de la Terre. Établis une équation décrivant le rayon d'orbite inconnu r, sans résoudre complètement cette équation. L'équation ne doit contenir que les paramètres de la masse solaire M_S, de la masse terrestre M_E, du rayon de l'orbite R et de la constante de gravitation G.

3) Simplifie l'équation établie précédemment avec l'approximation suivante : comme le rayon $r \ll R$; $\frac{r}{R} \ll 1$, on peut écrire approximativement :

$$\frac{1}{\left(1+\frac{r}{R}\right)^2} \approx 1 - \frac{2r}{R}$$

Détermine ensuite la distance r entre la Terre et le télescope.

Constantes :

- masse du Soleil : $M_S = 1{,}99 \cdot 10^{30}$ kg
- masse de la Terre : $M_E = 5{,}97 \cdot 10^{24}$ kg
- distance Soleil – Terre : $R = 1{,}47 \cdot 10^{11}$ m

Question 2 – Pluie et grêle [2 + 1 + 3 + 9 + 3 = 18 P]

Des gouttes d'eau ou des grêlons (all. Hagelkörner) sont formés à une hauteur de quelques kilomètres dans l'atmosphère puis tombent par Terre en passant par l'atmosphère.

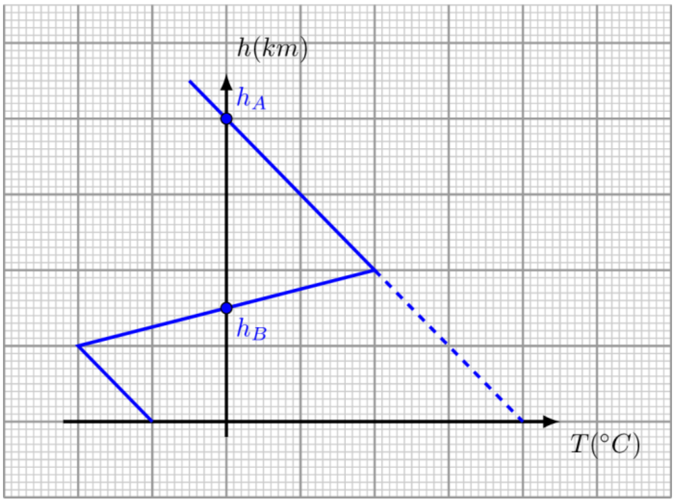
1) Calculez la vitesse atteinte par un grêlon en tombant d'une hauteur de 4 km en négligeant le frottement de l'air.

2) Expliquez pourquoi ce résultat n'est pas raisonnable.

3) Imaginons que la moitié de l'énergie potentielle de pesanteur soit convertie en énergie interne d'un grêlon partant à 0°C. Quel sera l'état d'un grêlon quand il touche le sol ?

Pour le restant de l'exercice on négligera ce type de transfert de chaleur.

Pendant son trajet à travers l'atmosphère un grêlon rencontre des couches d'air avec différentes températures dont le profile est représenté ci-dessous :



On suppose qu'au cours du trajet de A vers B, le grêlon fond entièrement et que la conductivité de l'eau et de la glace est parfaite.

4) Déterminez le rapport de la masse gelée η par rapport à la masse totale à l'instant où le grêlon arrive au sol. Expliquez votre raisonnement et indiquez des hypothèses éventuelles que vous utilisez.

Dans une situation différente, le profil de température correspond à la ligne en trait discontinu.

5) Déterminez l'altitude h_C à laquelle le grêlon sera complètement fondu.

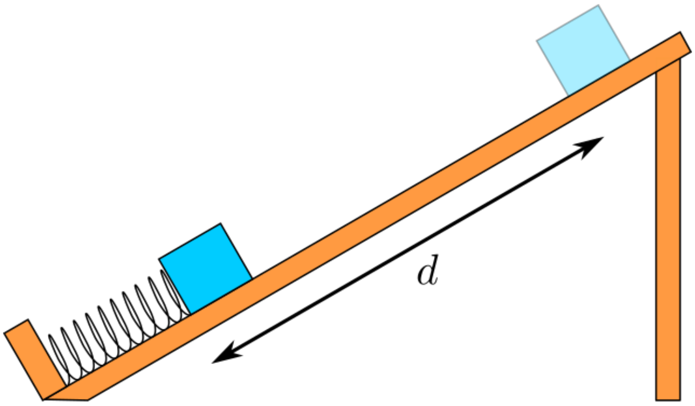
Astuce : le taux d'échange de chaleur pour petites variations de température est donné par la loi

$$\frac{dQ}{dt} = \kappa \Delta T = \kappa (T_{ext} - T_{int})$$

- Dérivation de fonctions composées : $\frac{dT}{dt} = \frac{dT}{dx} \cdot \frac{dx}{dt}$
- Capacité calorifique massique de l'eau : $c_{Wasser} = 4{,}2 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$
- Capacité calorifique massique de la glace : $c_{Eis} = 2,1 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$
- Chaleur latente de fusion de l'eau : $L = 334 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$

Question 3 – Plan incliné et ressort mécanique [5 + 5 + 5 = 15 P]

Un ressort de masse négligeable de raideur $k = 800$ N/m et de longueur à vide 1 m est fixé sur un plan incline de 45° par rapport à l'horizontale tel qu'indiqué sur le dessin ci-dessus. Le frottement est négligé.



On comprime le ressort jusqu'à une longueur de 0,5 m et on place une masse de 4kg contre l'extrémité libre du ressort avant de le relâcher.

1) Si la masse n'est pas attachée au ressort, quelle sera la distance d parcourue le long du plan que la masse parcourt avant d'arriver au repos.

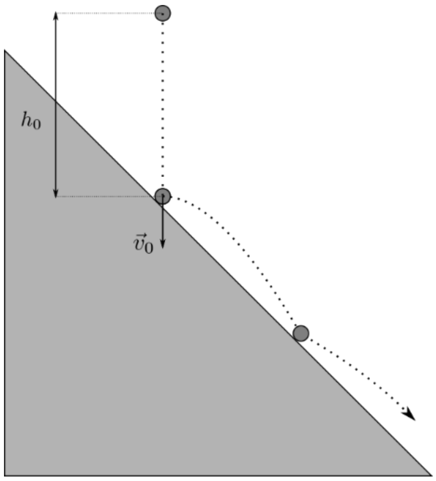
2) Si la masse est attachée au ressort, quelle sera la distance d parcourue le long du plan que la masse parcourt avant d'arriver au repos.

3) On suppose maintenant que le frottement n'est plus négligeable est que le coefficient de frottement vaut μ. Imaginons que la masse arrive au repos lorsque la longueur du ressort correspond à sa longueur à vide. Déterminez le coefficient de frottement. Le résultat est-il raisonnable ?

Astuce : $\mu = \frac{F_{fr}}{F_n}$ où F_{fr} est l'intensité de la force de frottement et F_n l'intensité de la force normale appliqué sur le support.

Question 4 – Plop, plop, plop [1 + 2 + 4 + 3 + 6 +4 = 20 P]

Une balle, lâchée d'une hauteur h_0, tombe sur un plan incliné de 45° par rapport à l'horizontale. Au point d'impact la vitesse est égale à $\overrightarrow{v_0}$. La balle rebondit pour retomber plus bas sur le plan incliné et rebondir et ainsi de suite. La collision entre la balle et le plan est supposée parfaitement élastique.



Pour effectuer les calculs choisir un repère $0xy$ avec x parallèle au plan et y perpendiculaire au plan.

1) Montrer sur un schéma le plan incliné, le repère utilisé, les composantes $\vec{v}_x$ et $\vec{v}_y$ du vecteur vitesse de rebond et les composante $\vec{a}_x$ et $\vec{a}_y$ du vecteur accélération au point d'impact.

2) Montrer que la vitesse d'impact v_0 est donnée par $v_0 = \sqrt{2gh_0}$ et que la durée de chute est donnée par $t_O = \frac{v_0}{g}$.

3) Donner les équations horaires du mouvement $x(t)$, $y(t)$, $v_x(t)$ et $v_y(t)$ pour l'intervalle de temps entre le premier et le deuxième impact.

4) Montrer que la composante de la vitesse de rebond v_y perpendiculaire au plan reste constante. (3)

5) Montrer que la norme de la vitesse au bout du n^ième^ rebond est égal à
$$v_n^2 = \frac{[(2n+1)^2\ +1]}{2}\ v_0^2 \text{ avec } n = \ 0,1, \ldots$$
$n = 0$ correspond au premier bond au premier point d'impact après la chute de la balle ;

6) Montrer que l'angle entre le vecteur vitesse et le plan est donné par
$$\tan \theta_n = \frac{1}{2n+1}$$
En déduire que, au fur et à mesure que la balle rebondit le long du plan, la balle s'approche de plus en plus du plan.