



Finale (partie théorique) (FR)

30.03.2019

# Recueil d'équations

## Cinématique(MRUV)

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$$

$$v = at + v_0$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0)$$

## Forces

$$F = ma$$

$$F_f \leq \mu N$$

## Travail, Énergie et Puissance

$$W = Fd \cos \theta$$

$$E_{cin} = \frac{1}{2}mv^2$$

$$E_{pes} = mgh$$

$$E_{el} = \frac{1}{2}kx^2$$

$$P = \frac{W}{t} = Fv$$

## Quantité de mouvement

$$p = mv$$

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$$

## Calorimétrie

$$Q = mc\Delta\theta$$

$$Q = mL$$

## Gaz idéal

$$p = \frac{F}{A}$$

$$pV = nRT = Nk_B T$$

$$E_K = \frac{3}{2}k_B T$$

## Oscillations et ondes

$$T = \frac{1}{f}$$

$$c = f\lambda$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

## Électricité

$$I = \frac{Q}{t}$$

$$F = k \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

$$U = \frac{W}{q}$$

$$E = \frac{F}{q}$$

$$U = RI$$

$$P = UI = RI^2 = \frac{U^2}{R}$$

$$R = R_1 + R_2 + \dots + R_n$$

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}$$

$$\rho = \frac{RA}{L}$$

## Électro-magnétisme

$$F = qvB \sin \theta$$

$$F = BIL \sin \theta$$

## Mouvement circulaire

$$v = \omega r$$

$$a = \frac{v^2}{r}$$

## Gravitation

$$F = G \frac{mM}{r^2}$$

$$g = \frac{F}{m}$$

## Physique quantique

$$E = hf$$

$$\lambda = \frac{hc}{E}$$

## Optique

$$n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \sin \alpha_2$$

$$\frac{1}{q} + \frac{1}{p} = \frac{1}{f}$$

## Ionisation par effet de champ (3+3+4+8+3=21P)

Au cours de cette question, on n'utilisera que la mécanique classique. Le proton et l'électron sont traité comme des particules chargées ponctuelles.

On suppose que l'électron suit un mouvement circulaire uniforme autour du proton (on néglige les pertes par radiation). Sachant que le rayon de Bohr de l'atome d'hydrogène est  $a_0 = 0,0529 \text{ nm}$ .

1. Calculez la vitesse linéaire de l'électron.
2. On plonge l'atome d'hydrogène dans un champ électrique  $\vec{E}$  uniforme perpendiculaire au plan de la trajectoire de l'électron. On suppose que l'électron continue à effectuer un mouvement circulaire de rayon  $a_0$  perpendiculairement au champ électrique, mais dans un plan décalé d'une distance  $d$  par rapport au proton. Réalisez un dessin soigné de la situation. Indiquez les forces agissant sur l'électron.
3. Exprimez la composante parallèle au champ externe de la force d'attraction sur l'électron en fonction de  $a_0$ ,  $e$ ,  $\epsilon_0$  et de la distance  $d$  entre le proton et le plan de la trajectoire de l'électron.
4. Déterminez la distance  $d_m$  pour laquelle la composante de la force parallèle au champ est maximale.
5. Calculez le champ électrique maximal théorique nécessaire pour ioniser l'atome d'hydrogène et comparez-le au champ nécessaire pour créer une décharge électrique dans l'air

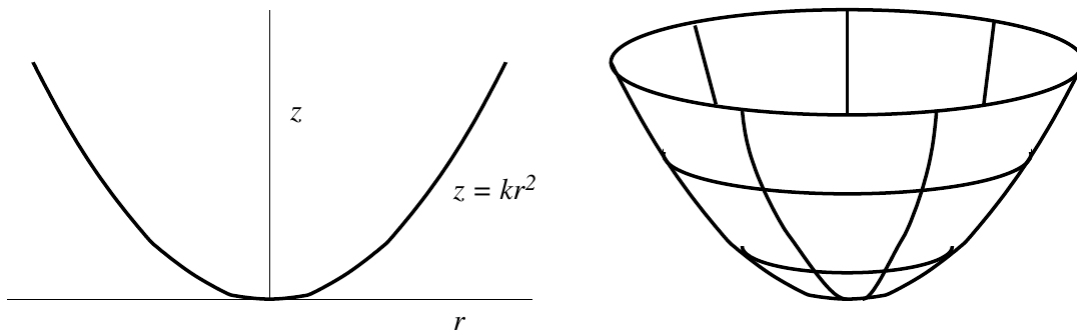
$$E_{\text{décharge}} \approx 3 \frac{\text{kV}}{\text{mm}}$$

En effet, un modèle classique ne permet pas de calculer l'ionisation par effet de champ. Une dérivation complète nécessite des niveaux énergétiques quantifiés ainsi que l'effet tunnel.

## Question 2 : Mouvement dans un bol (3+4+3+4+6+2=22P)

Source: United States Physics Team 2011 Semi-Finals.

Un corps ponctuel de masse  $m$  se déplace sans frottement sur une surface parabolique dont la forme est obtenue par rotation de la courbe de la fonction  $z = kr^2$  autour de l'axe  $z$  (voir figure). Initialement le corps se trouve à une hauteur  $z_0$  au-dessus du fond du bol et a une vitesse horizontale  $v_0$  tangentielle à la surface du bol. L'accélération gravitationnelle est donnée par  $\vec{g} = -g \cdot \hat{z}$



Figure

Donnez une réponse algébrique, sauf en cas d'indication contraire.

1. Considérons d'abord le cas où la hauteur du corps ne change pas au cours du temps. Quelles forces sont exercées sur le corps ? Réalisez un dessin soigné de toutes les forces agissant sur le corps.
2. Pour une vitesse initiale donnée  $v_0$  la hauteur  $z$  du corps ne change pas (La trajectoire est donc circulaire). Exprimez  $v_0$  en fonction de  $g$ ,  $z_0$  et  $k$ .
3. Décrivez et expliquez l'évolution du système si le corps a une vitesse initiale  $v'_0 > v_0$ .
4. En supposant que le moment angulaire soit conservé, déterminez la hauteur maximale atteinte par le corps. La conservation du moment angulaire signifie que plus le corps s'éloigne de l'axe de rotation, plus il doit ralentir :  $v_0 \cdot r_0 = v \cdot r$ .

Considérons maintenant le cas d'un corps avec une vitesse initiale nulle  $v_0 = 0$  et une hauteur initiale  $z_0$ .

5. (4 P) Trouvez la période d'oscillation du corps autour de la position d'équilibre au fond du bol, en supposant que  $z_0$  est petit. (Astuce : En fonction de votre approche, il peut être utile d'utiliser l'approximation des petits angles  $\sin x \approx \tan x$ ) ou bien de considérer les différentes composantes du vecteur vitesse.)
6. (2 P) Pour des hauteurs  $z_0$  plus grandes, la période sera-t-elle égale ou plus ou moins grande que celle obtenue dans la question précédente. (Il ne faut pas faire de calcul compliqué, mais il faut expliquer qualitativement la réponse)

## Question 3 : Ondes et lumière (2+1+2+1+1+1+1+1+2+2+2=15P)

Une source oscillant avec une fréquence  $f$  envoie des front ondes qui se déplacent à vitesse  $c$ .

1. Un récepteur se déplace avec une vitesse constante  $v$  vers la source. Montrer que la fréquence  $f'$  avec laquelle les fronts d'onde arrivent au récepteur est donnée par :

$$f' = f \left( 1 + \frac{v}{c} \right)$$

Question 3 : Ondes et lumière  
(2+1+2+1+1+1+1+2+2+2=15P)

Nom: \_\_\_\_\_

Il s'agit ici de l'effet Doppler et on suppose que la formule développée fonctionne aussi pour la lumière pour autant que le récepteur se déplace à une vitesse non relativiste. Pour un photon on admet que :

$$E = hf \text{ et } p = \frac{hf}{c}$$

Où  $h$  est la constante de Planck.

Si le récepteur se déplace par rapport à la source, l'énergie et la quantité de mouvement du photon tel qu'observés par le récepteur sont modifiés à cause de l'effet Doppler. Ce fait est utilisé dans une technique appelé refroidissement laser : Un gaz à faible pression est bombardé avec un laser monochromatique de fréquence  $f_0$  de façon à réduire la température du gaz, ce qui semble à première vue contradictoire.

Cette technique fonctionne seulement si l'atome admet une transition énergétique interne  $\Delta E$  avec une énergie légèrement plus élevée que l'énergie des photons.  $\Delta E > hf$ . Pour fixer les idées, on considère un gaz d'atomes de sodium avec une transition à  $\Delta E = 2,1 \text{ eV}$  et un laser tel que  $\frac{\Delta E}{hf} = 1 + 10^{-6}$ . ( $m_{Na} = 22,99 \text{ amu}$ )

- Déterminez la vitesse minimale  $v$  avec laquelle les atomes du gaz doivent se déplacer dans la direction de la source lumineuse afin de satisfaire la condition de résonance  $\Delta E = hf'$ , où  $f'$  est la fréquence de la lumière vue par l'atome.
- Un atome absorbe un photon à la condition de résonance. Déterminez la variation de vitesse  $\Delta v$  de l'atome dans le référentiel du laboratoire. Est-ce que cette variation de la vitesse est importante face à la vitesse d'un atome de gaz à température ambiante ?
- L'atome excité peut émettre le photon dans la direction de la source lumineuse. En supposant que la vitesse initiale de l'atome soit  $v$ , déterminez la fréquence  $f''$  du photon émis dans le référentiel du laboratoire.
- Déterminez la variation de la vitesse  $\Delta v'$  après la deuxième émission dans le référentiel du laboratoire.
- La réémission est aussi possible dans la direction opposée au mouvement. En utilisant de nouveau  $v$  comme vitesse de l'atome. Calculez la fréquence du photon émis et la vitesse finale de l'atome dans le référentiel du laboratoire.
- Quel est l'effet moyen d'un événement d'absorption/émission, en supposant que les deux événements se passent avec la même probabilité.
- Estimez le nombre de photons nécessaires pour ralentir jusqu'à l'arrêt un atome à température ambiante ?
- En supposant qu'on dispose d'un laser avec une puissance effective de  $P = 20 \text{ W}$  pour refroidir  $0,1 \mu\text{mol}$  de gaz. Calculez le temps nécessaire pour y arriver.
- Discutez les facteurs limitant cette technique.