



Finale (Theorie) DE

26.02.2019

Formelsammlung

Kinematik (GGBB)

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$$

$$v = at + v_0$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0)$$

Kräfte

$$F = ma$$

$$F_f \leq \mu N$$

Arbeit, Energie, Leistung

$$W = Fd \cos \theta$$

$$E_{cin} = \frac{1}{2}mv^2$$

$$E_{pes} = mgh$$

$$E_{el} = \frac{1}{2}kx^2$$

$$P = \frac{W}{t} = Fv$$

Impuls

$$p = mv$$

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$$

Kalorimetrie

$$Q = mc\Delta\theta$$

$$Q = mL$$

Ideales Gas

$$p = \frac{F}{A}$$

$$pV = nRT = Nk_B T$$

$$E_K = \frac{3}{2}k_B T$$

Schwingungen und Wellen

$$T = \frac{1}{f}$$

$$c = f\lambda$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

Elektrizität

$$I = \frac{Q}{t}$$

$$F = k \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

$$U = \frac{W}{q}$$

$$E = \frac{F}{q}$$

$$U = RI$$

$$P = UI = RI^2 = \frac{U^2}{R}$$

$$R = R_1 + R_2 + \dots + R_n$$

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}$$

$$\rho = \frac{RA}{L}$$

Elektromagnetismus

$$F = qvB \sin \theta$$

$$F = BIL \sin \theta$$

Kreisbewegung

$$v = \omega r$$

$$a = \frac{v^2}{r}$$

Gravitation

$$F = G \frac{mM}{r^2}$$

$$g = \frac{F}{m}$$

Quantenphysik

$$E = hf$$

$$\lambda = \frac{hc}{E}$$

Optik

$$n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \sin \alpha_2$$

$$\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$$

Frage 1: Feldionisation(3+3+4+8+3=21P)

Bei dieser Frage verwenden wir nur klassische Mechanik. Das Proton und das Elektron werden als punktgeladene Teilchen behandelt.

Es wird angenommen, dass das Elektron eine gleichförmige kreisförmige Bewegung um das Proton herumführt (Strahlungsverluste werden vernachlässigt). Wissend, dass der Bohr-Radius des Wasserstoffatoms $a_0 = 0,0529nm$ ist,

1. Berechnen Sie die lineare Geschwindigkeit des Elektrons.
2. Das Wasserstoffatom taucht in ein gleichmäßiges elektrisches Feld senkrecht zur Ebene der Flugbahn des Elektrons ein. Es wird angenommen, dass das Elektron weiterhin eine kreisförmige Bewegung mit einem Radius senkrecht zum elektrischen Feld ausführt, jedoch in einer Ebene, die um einen Abstand vom Proton verschoben ist. Machen Sie eine saubere Zeichnung der Situation. Geben Sie die auf das Elektron einwirkenden Kräfte an.
3. Drücken Sie die Komponente parallel zum äußeren Feld der Anziehungskraft auf das Elektron als Funktion von a_0, e, ϵ_0 und dem Abstand zwischen dem Proton und der Ebene der Flugbahn des Elektrons aus.
4. Bestimmen Sie den Abstand d_m , für den die Kraftkomponente parallel zum Feld maximal ist.
5. Berechnen Sie das theoretische maximale elektrische Feld, das zum Ionisieren des Wasserstoffatoms erforderlich ist, und vergleichen Sie es mit dem Feld, das zum Erzeugen einer elektrischen Entladung in der Luft erforderlich ist $E_{Entladung} \approx 3 \frac{kV}{mm}$.

Ein klassisches Modell ermöglicht es folglich nicht, die Ionisierung durch Feldeffekt zu berechnen. Eine vollständige Ableitung erfordert quantifizierte Energieniveaus sowie den Tunneleffekt.

Frage 2 : Bewegung in einer Schale(3+4+3+4+6+2=22P)

Quelle: United States Physics Team 2011 SemiFinals.

Ein Teilchen der Masse m kann sich reibungsfrei auf der Oberfläche im Innern einer Schale bewegen. Die Form der Schale ist durch die Rotation der Funktion $z = kr^2$ um die z Achse gegeben (siehe Schema). Zu Beginn befindet sich das Teilchen auf der Höhe z_0 oberhalb des Bodens der Schale und hat eine horizontale Startgeschwindigkeit v_0 parallel zur Schalenoberfläche. Die Erdbeschleunigung ist gegeben durch $\vec{g} = -g \cdot \hat{z}$.

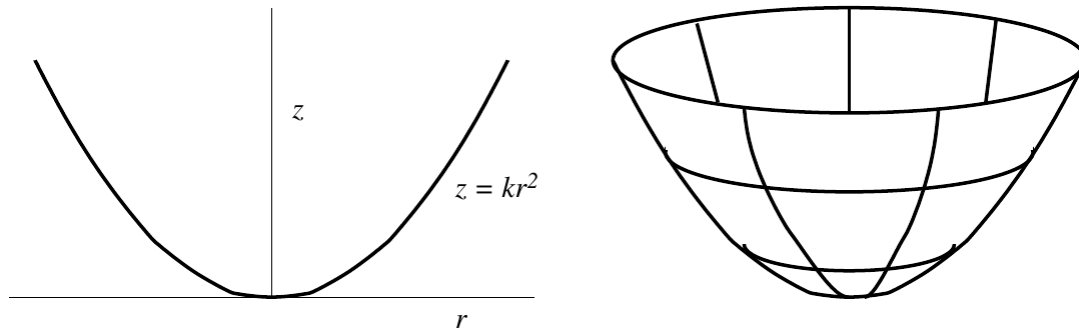


Abbildung 3: Schnittansicht der Schale

Gebe immer den algebraischen Ausdruck an, außer es wird ausdrücklich anders verlangt.

1. Zuerst betrachten wir den vereinfachten Fall, in dem sich die Höhe des Teilchens nicht ändert. Welche Kräfte wirken auf das Teilchen? Mache eine Zeichnung mit den Vektoren aller Kräfte, die auf das Teilchen selbst wirken.
2. Für eine bestimmte Startgeschwindigkeit v_0 ändert sich die Höhe des Teilchens nicht (es bewegt sich also auf einem Kreis). Bestimme v_0 in Abhängigkeit von g , z_0 und/oder k .
3. Was passiert, wenn die Startgeschwindigkeit v'_0 größer als die vorher berechnete Geschwindigkeit ist? Erkläre deine Antwort!
4. Unter der Annahme, dass der Drehimpuls erhalten bleibt, bestimme die maximale Höhe, die das Teilchen erreichen kann! Bestimme sie in Abhängigkeit von v'_0 , z_0 , g und/oder k . Die Erhaltung des Drehimpulses bedeutet, dass wenn das Teilchen sich weiter nach außen bewegt die Geschwindigkeit abnehmen muss: $v_0 \cdot r_0 = v \cdot r$

Man betrachte nun den Fall in dem das Teilchen mit der Startgeschwindigkeit $v_0 = 0$ aus einer Höhe z_0 losgelassen wird.

5. Finde die Schwingungsperiode des Teilchens auf dem Boden der Schale unter der Annahme, dass z_0 klein ist. Tipp: je nach Lösungsansatz kann es nützlich sein die Approximation für kleine Winkel oder die Tatsache, dass die Geschwindigkeit ein Vektor mit mehreren Komponenten ist, zu verwenden. (Kleinwinkelnäherung: $\sin x \approx \tan x$)
6. Für große z_0 , ist die Periode größer als, kleiner als oder gleich groß wie die Periode aus der letzten Aufgabe für kleine z_0 ? (Es ist nicht nötig einen Wert für diese Periode finden oder komplizierte Berechnungen anzustellen, begründe deine Antwort mit Hilfe deiner Lösungen aus den vorherigen Aufgaben).

Frage 3: Wellen und Licht(2+1+2+1+1+1+1+2+2+2=15P)

Eine Quelle, die mit einer Frequenz f oszilliert, emittiert Wellenfronten, die sich mit der Geschwindigkeit c ausbreiten.

1. Ein Empfänger bewege sich mit einer konstanten Geschwindigkeit v auf die Quelle zu. Zeigen Sie, dass die Frequenz f' , mit der die Wellenfronten den Empfänger erreichen, gegeben ist durch

$$f' = f \left(1 + \frac{v}{c} \right)$$

Es handelt sich hier um den so genannten Doppler-Effekt, und wir nehmen an, dass die hergeleitete Formel auch für Licht gilt, solange der Empfänger sich mit einer nicht-relativistischen Geschwindigkeit bewegt. Für ein Photon nehmen wir an, dass gilt

$$E = hf \text{ und } p = \frac{hf}{c}$$

wobei h die Planck-Konstante bezeichnet.

Wenn der Empfänger sich relativ zur Quelle bewegt, sind die Energie und der Impuls des Photons aus Sicht des Empfängers aufgrund des Dopplereffektes verschoben. Dieser Effekt wird bei einer Technik namens Laserkühlung eingesetzt: ein Gas von geringem Druck wird einem monochromatischen Laserstrahl der Frequenz f_0 ausgesetzt, um die Temperatur des Gases zu verringern. Auf den ersten Blick klingt das widersprüchlich.

Diese Technik funktioniert nur, wenn das Atom einen internen Übergang zwischen zwei Energieniveaus mit Abstand ΔE erlaubt, wobei ΔE etwas größer ist als die Energie der Photonen, also $\Delta E > hf$. Konkret betrachten wir ein atomares Natriumgas mit einem Übergang der Energie $\Delta E = 2,1 \text{ eV}$ und einen Laser, so dass $\frac{\Delta E}{hf} = 1 + 10^{-6}$. ($m_{Na} = 22,99 \text{ amu}$)

2. Bestimmen Sie die minimale Geschwindigkeit v , mit der sich die Gasatome auf die Lichtquelle zu bewegen müssen, um die Resonanzbedingung $\Delta E = hf'$ zu erfüllen, wo f' die Frequenz des Lichts aus Sicht des Atoms ist.
3. Falls Resonanz vorliegt, absorbiert ein Atom das Licht. Betrachten Sie die Änderung der Geschwindigkeit Δv des Atoms im Laborsystem. Ist diese Änderung der Geschwindigkeit groß verglichen mit der Geschwindigkeit der Gasatome bei Umgebungstemperatur?
4. Das angeregte Atom kann das Photon in Richtung der Strahlungsquelle emittieren. Unter der Annahme, dass die Anfangsgeschwindigkeit v beträgt, bestimmen Sie die Frequenz f'' des emittierten Photons im Laborsystem.
5. Bestimmen Sie die Geschwindigkeitsänderung $\Delta v'$ im Laborsystem aufgrund der zweiten Emission.
6. Die Wiederemission ist auch in die entgegengesetzte Richtung möglich. Benutzen Sie erneut v als Geschwindigkeit des Atoms und berechnen Sie die Frequenz des emittierten Photons und die Endgeschwindigkeit des Atoms im Laborsystem.
7. Was ist der mittlere Effekt eines Absorptions-/Emissions-Ereignisses, wenn man annimmt, dass beide Prozesse mit derselben Wahrscheinlichkeit stattfinden?
8. Schätzen Sie die nötige Anzahl Photonen ab, um ein Atom bei Umgebungstemperatur bis zum Stillstand abzubremsen.
9. Berechnen Sie die benötigte Zeit, um das zu erreichen, unter der Annahme, dass man einen Laser mit einer effektiven Leistung von $P = 20 \text{ W}$ benutzt um $0,1 \mu\text{mol}$ Mol Gas abzukühlen.
10. Diskutieren Sie die limitierenden Faktoren dieser Technik.