PHYSIKSOLYMPIAD

LËTZEBUERG 2023

Demi-finale (FR)

02.02.2023

Consignes :

- Indiquer votre nom complet et Lycée sur chaque feuille.
- Indiquer clairement la sous-/question à laquelle vous répondez.
- Expliquer les étapes de votre raisonnement et indiquer vos calculs intermédiaires.
- Numéroter les pages.

Recueil d’équations

Cinématique (MRUV)
$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$

$v = at + v_0$

$v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0)$

Forces
$F = ma$

$F_f \leq \mu N$

Travail, Énergie et Puissance
$W = Fd\cos\theta$

$E_{cin} = \frac{1}{2}mv^2$

$E_{pes} = mgh$

$E_{el} = \frac{1}{2}kx^2$

$P = \frac{W}{t} = Fv$

Quantité de mouvement
$p = mv$

$F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$

Calorimétrie
$Q = mc\Delta\theta$

$Q = mL$

Gaz idéal
$p = \frac{F}{A}$

$pV = nRT = Nk_BT$

$E_K = \frac{3}{2}k_BT$

Oscillations et ondes
$T = \frac{1}{f}$

$c = f\lambda$

$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$

$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

Électricité
$I = \frac{Q}{t}$

$F = k \cdot \frac{q_1 q_2}{r_2}$

$U = \frac{W}{q}$

$E = \frac{F}{q}$

$U = RI$

$P = UI = RI^2 = \frac{U^2}{R}$

$R = R_1 + R_2 + \cdots + R_n$

$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots + \frac{1}{R_n}$

$\rho = \frac{RA}{L}$

Électro-magnétisme
$F = qvB\sin\theta$

$F = BIL\sin\theta$

Mouvement circulaire
$v = \omega r$

$a = \frac{v^2}{r}$

Gravitation
$F = G\frac{mM}{r^2}$

$g = \frac{F}{m}$

Physique quantique
$E = hf$

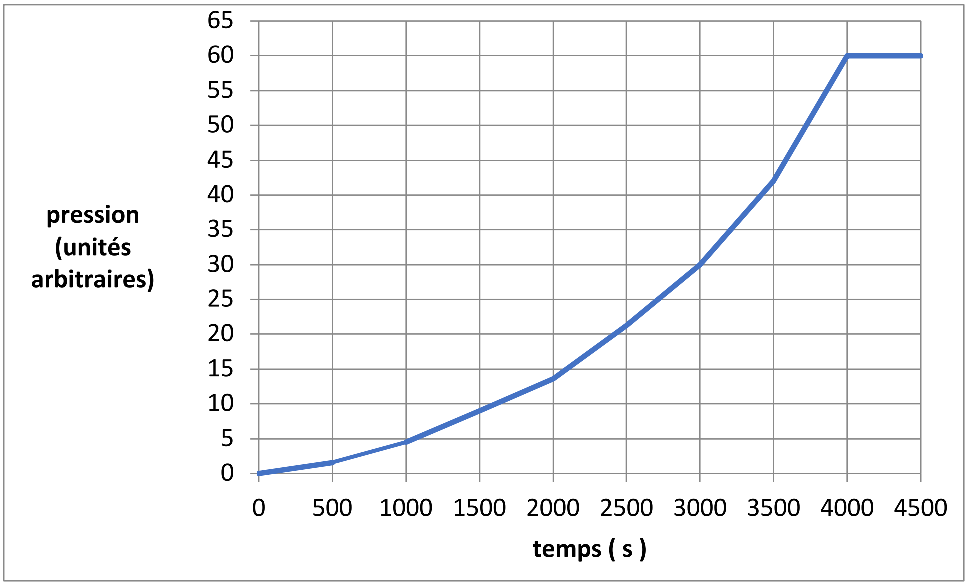
$\lambda = \frac{hc}{E}$

Optique
$n_1 \sin\alpha_1 = n_2 \sin\alpha_2$

$$\frac{1}{q} + \frac{1}{p} = \frac{1}{f}$$

Question 1 : sonde spatiale (20 points)

En entrant dans l'atmosphère d'une planète inconnue, une sonde descend directement à la surface. En cours de route, elle enregistre la pression atmosphérique en fonction du temps, comme le montre le diagramme ci-dessous :



Malheureusement, l'étalonnage du manomètre a été perdu et les unités de l'axe de pression ne sont pas connues. Votre mission, si vous l'acceptez, est de compenser ce manque de calibration.

L'atmosphère est principalement constituée de dioxyde de carbone, dont la masse moléculaire est de 44 g/mol. Localement, elle peut être traitée comme un gaz idéal. La température de surface mesurée par la sonde est T_S = 400 K. Le champ gravitationnel g_S à la surface est de 9,9 N/kg. Le rayon R de la planète est de 5000 km.

1) Appliquer la deuxième loi de Newton à une petite couche d'atmosphère d'épaisseur verticaleΔ y pour montrer que la variation de pressionΔ p entre le haut et le bas de la couche est donnée par :

   $$\Delta p = \rho\, g \Delta y,$$

   avec ρ est la densité de l'atmosphère et g est le champ gravitationnel local. (4)

2) a) La formule ci-dessus donne la variation de la pression en fonction de l'altitude. Localement, l'atmosphère peut être traitée comme un gaz idéal. Utilisez la loi des gaz parfaits et la pente du graphique pression – temps ci-dessus pour estimer la vitesse de la sonde v_S juste avant qu'elle ne heurte la surface. (5)

   b) Pourquoi les données d'étalonnage ne sont-elles pas nécessaires ? (1)

3) En supposant que la vitesse de la sonde est constante pendant son déplacement dans la basse atmosphère, estimez la température de l'atmosphère à une hauteur de 15 km au-dessus de la surface. (4)

4) On suppose que la vitesse est constante sur les 15 derniers kilomètres avant que la sonde ne touche la surface. Discutez comment la température calculée sous 3) varie si

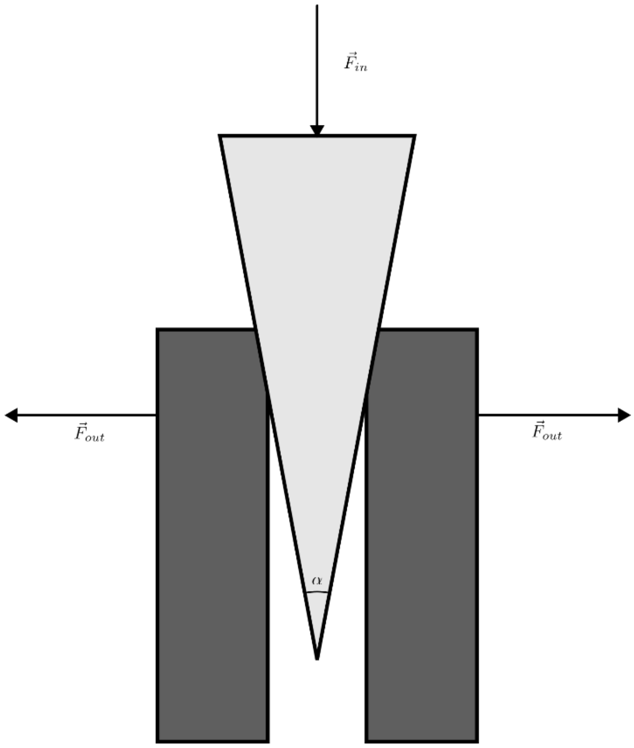
   a) la sonde a déjà atteint v_S avant l'altitude de 15 km et (3)

   b) la sonde n'a pas encore atteint v_S avant l'altitude de 15 km. (3)

Question 2 : dynamique et thermodynamique (20 points)

1 - Clivage de pierres

Un bloc de marbre de taille $1\ \mathrm{m} \times 1\ \mathrm{m} \times 1\ \mathrm{m}$ doit être coupé en 2 morceaux. Pour y arriver on fore des trous de diamètre 2 cm tous les 10 cm le long d'une ligne centrale et on y insère des cales. Les cales sont symétriques et ont un angle intérieur de $\alpha = 5°$. Ces cales sont frappées avec un marteau jusqu'à ce que le marbre se fend le long de la ligne des trous.



Étudions d'abord l'effet des calles dans une situation statique.

1) On applique une force $\vec{F}_{in}$ sur la calle tel qu'indiqué sur le dessin. On néglige le frottement entre la calle et la pierre. Exprimez l'intensité de la composante horizontale F_{out} de la force exercée par la cale sur le marbre. Expliquez votre raisonnement à l'aide d'un dessin soigné. (**Astuce** : En absence de frottement la force de contact entre la pierre et la calle doit être normale à la surface de contact) (3)

En pratique, la situation est plus dynamique. On frappe la calle stationnaire de masse $m_1 = 0{,}2\ \mathrm{kg}$ avec un marteau de masse $m_2 = 2\ \mathrm{kg}$. La vitesse initiale du marteau est de $v_2 = 10\ \mathrm{m/s}$.

2) En négligeant l'interaction avec le marbre. Quelle devrait être la vitesse v' de la calle si l'on suppose que le marteau reste collé à la cale (collision parfaitement inélastique). (3)

3) La calle et le marteau en mouvement sont alors freinés sur une distance de $d = 1\ \mathrm{mm}$ par le marbre autour. Calculez la force latérale exercée par la calle sur le marbre dans ce cas. (3)

Le marbre se fend s'il est tiré avec une force de $10\ \mathrm{MN}$ par m^2 section/surface mise sous tension.

4) Dans la situation décrite en début de l'exercice, imaginons qu'on frappe chaque calle en même temps avec un marteau avec la même vitesse. Estimez la vitesse nécessaire pour fendre cette pièce de marbre. (5)

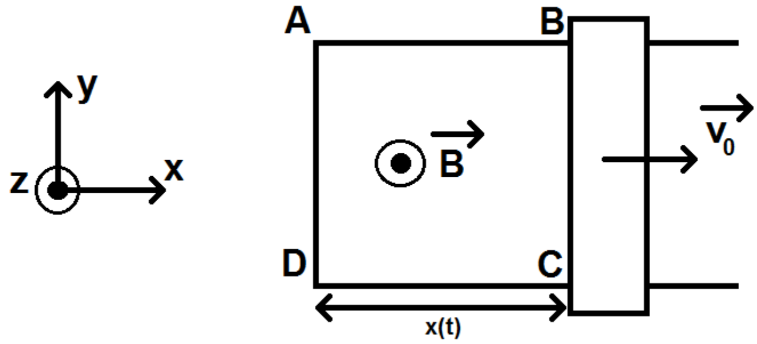
On pourrait imaginer d'arriver au même résultat en forant des trous traversant le bloc, en rajoutant de la dynamite qu'on détonne pour fendre la pierre. Supposons qu'on bouche les parfaitement les trous après l'insertion de la dynamite.

5) Quelle devrait être la pression à l'intérieur des trous pour fendre la pierre ? (3)

6) En supposant que la dynamite augmente le nombre de molécules de gaz enfermées dans les trous par un facteur 100, calculez la température à laquelle le mélange de gaz devra être chauffé pour fendre la pierre. (3)

Question 3 : électromagnétisme (20 points)

On considère le schéma suivant :

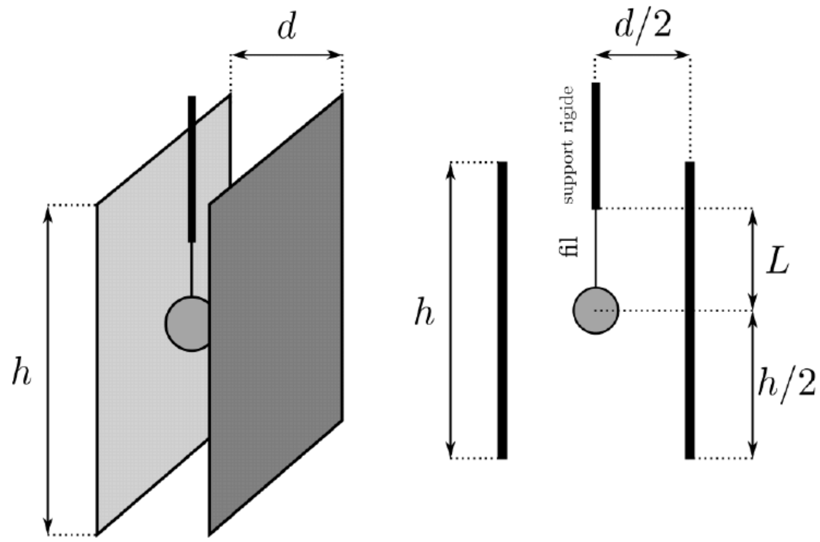


On a un circuit fermé par un rail fixe horizontal BADC, sans résistance électrique, et un conducteur mobile BC de longueur l, de masse m et de résistance R, pouvant rouler/glisser sans frottement selon l'axe Ox. Un champ magnétique B dirigé selon l'axe Oz traverse la portion ABCD du circuit. On lance le conducteur dans le sens des x croissants et on le lâche à l'instant t = 0 avec une vitesse v_0. (Figure !)

1) Montrer que la vitesse v(t) du conducteur mobile diminue. Expliquer votre raisonnement. (4)
2) Établir l'expression de l'accélération du conducteur mobile en fonction des caractéristiques du conducteur et de l'intensité du champ magnétique B. (6)
3) Représenter graphiquement l'allure approximative de la variation de v en fonction de t. Expliquer brièvement cette allure. Le conducteur atteindra-t-il le repos complet ? (4)
4) Sous quelle forme l'énergie cinétique initiale est-elle dissipée au cours du temps ? (1)
5) Quelle devrait être la pente du rail pour que la vitesse du conducteur reste constante au cours du temps ? (5)

Question 4 : pendule électrique (20 points)

Considérons um condensateur plan composé de deux plaques parallèles verticales, qui ne peuvent pas bouger. Ces plaques sont séparées par une distance d, ont une hauteur h et une aire $A \gg d^2$. Dans ce problème, on fera l'hypothèse que la résistance de l'air peut être négligée.



Vue du condensateur plan et position initiale de la boule métallique.

PARTIE A : **Condensateur (3 points)**

1) Comment varie la capacité C du condensateur si l'on double la distance d entre les plaques ? (1)
2) Si l'air entre les plaques possède ume résistivité électrique uniforme ρ, quelle sera la résistance entre les plaques ? (1)
3) Comment varie l'énergie stockée dans le condensateur lorsqu'on double la tension U appliquée aux plaques ? (1)

PARTIE B : **Tension constante (17 points)**

Une boule métallique de masse M et de charge q est à présent suspendue à un fil relié à un support rigide. Lorsque le condensateur n'est pas chargé, la boule se trouve au centre du condensateur (à une distance $d/2$ de chaque plaque, et à une hauteur $h/2$ au-dessus du fond des plaques). En revanche, si l'on applique une tension U entre les plaques, le fil fera un angle θ_0 avec la verticale lorsque la boule sera en équilibre.

1) Montrez que l'expression de cet angle en fonction des quantités données s'écrit (4)

$$\theta = arctan\left(\frac{qU_0}{Mgd}\right)$$

On soulève à présent légèrement la boule métallique, de sorte qu'elle fasse un angle θ avec la verticale, mais avec θ à peine plus grand que θ_0. On relâche alors la boule.

2) Montrez que la période des oscillations de ce mouvement harmonique en fonction des quantités connues et des constantes fondamentales est égale à (6)

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{Lcos(\theta_0)}{g}}$$

Aide : si le pendule est soumis à un champ électrique $\vec{E}$ qui s'ajoute au champ de pesanteur $\vec{g}$, on peut considérer que l'oscillation a lieu dans un champ effectif $g_{new} = \frac{F_T}{M}$, où F_T est la tension de la corde. $\vec{g}_{new}$ est colinéaire à $\vec{F}_T$.

3) Quel est le rapport entre cette période et la période qu'aurait le pendule lorsqu'il n'y a pas de tension entre les plaques ? (1)

Lorsque la boule est en équilibre, on coupe le fil.

4) Quel est le mouvement de la boule ? (1)

5) Quelle est la valeur maximale de U_0 de sorte que la boule ne touche pas une plaque en sortant du condensateur ? Exprimez votre réponse en fonction des quantités données et des constantes fondamentales. (4)

6) Quel est le temps dont la boule aurait besoin pour sortir du condensateur ? (1)